

Diseño Integrado de procesos

Prof. Cesar de Prada

Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática

Universidad de Valladolid

Organización del curso

- Módulos:
 - Integración energética (Fidel Mato)
 - Optimización mixta-entera (Gloria Gutierrez)
 - Síntesis de procesos por Optimización, GAMS (Gloria Gutierrez)
 - Diseño Integrado de proceso y control (Cesar de Prada)
 - Secuenciamiento de procesos batch (Cesar de Prada)
 - Profesor invitado

Prof. invitado

- Prof. Wolfgang Marquardt (Aachen, Alemania) Process Systems Engineering
- IFAC Fellow
- ¿Abril 2010 ?
- Optimización dinámica

Organización del Curso

- Objetivos:
 - Introducir el tema de Síntesis de Procesos y herramientas de cálculo asociadas, junto a consideraciones dinámicas en el Diseño (Integrado)
 - Profundizar en métodos de integración energética
- Diseño Integrado: Trabajo + Exposición
- Aula y Laboratorio

Índice: Diseño Integrado

- Introducción a la Metodología de diseño
- Síntesis de Procesos: Superestructuras
- Optimización MINLP (GAMS)
- Ejemplos: Diseño de redes de intercambiadores
- Diseño Integrado de proceso y control.
- Medidas de Controlabilidad
- Flexibilidad, diseño multipunto
- Planificación y secuenciamiento de procesos batch

Bibliografía básica

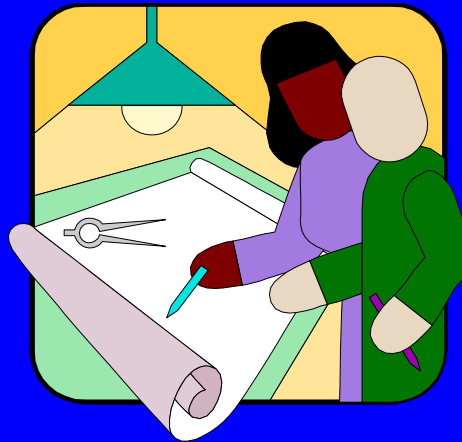
- ✓ Estrategias de Modelado, Simulación y Optimización de Procesos Químicos, L. Puigjaner, P. Ollero, C. de Prada, L. Jimenez, Editorial Síntesis, 2006
- ✓ Multivariable Feedback Control, S. Skogestad, I. Postlethwaite, Edt. J. Wiley 1997
- ✓ Non-linear and Mix-Integer Optimization, C. A. Floudas, Edt. Oxford Univ. Press, 1995
- ✓ Optimization of Chemical Processes, T.F. Edgar, D.M. Himmenblau, L.S. Lasdon, McGraw Hill, 2^a edic., 2001
- ✓ Systematic Methods of Chemical Process Design, L.T. Biegler, I.E. Grossmann, A.W. Westerberg, Prentice Hall 1997
- ✓ Essentials of process control, W.L. Luyben, M.L. Luyben, Mc Graw-Hill, 1997
- ✓ GAMS, EcosimPro, Matlab Manuales de usuario

Diseño Clásico de Plantas

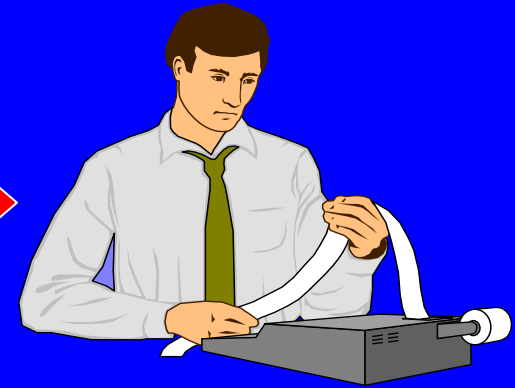
Especificaciones



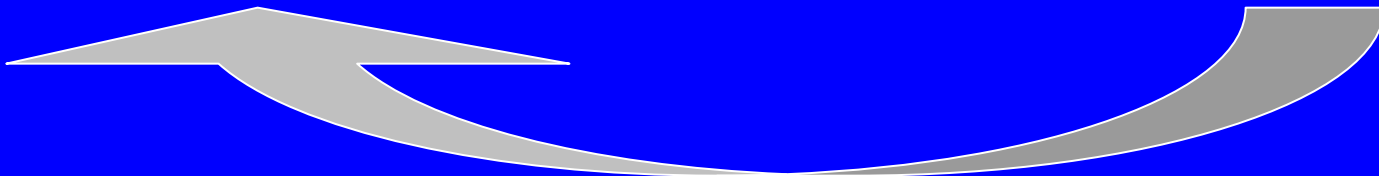
Elección de unidades y estructura



Cálculo de parámetros y dimensionamiento



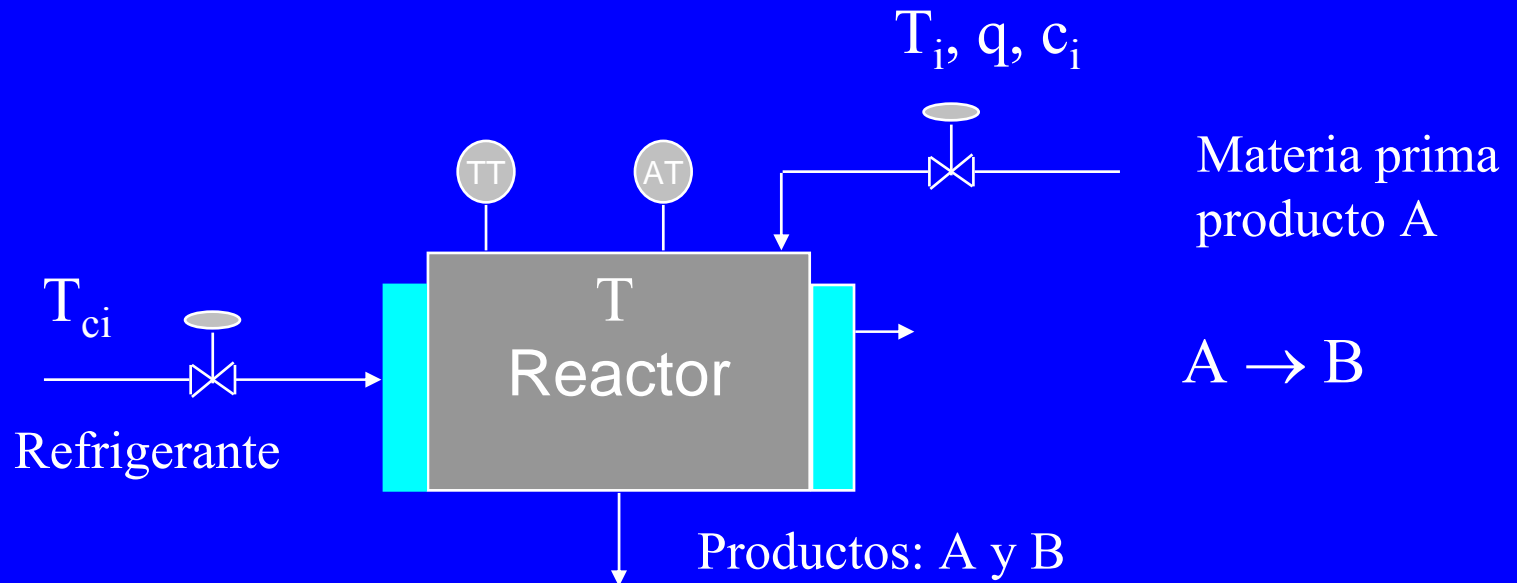
Costes



Ejemplo: Reactor Químico



Especificaciones: T_i , q , c_i , T_{ci}



Reactor

Conservación de A y B

$$qc_i - qc_A - Vkc_A = 0$$

$$-qc_B + Vkc_A = 0$$

$$k = \beta e^{-E/RT}$$

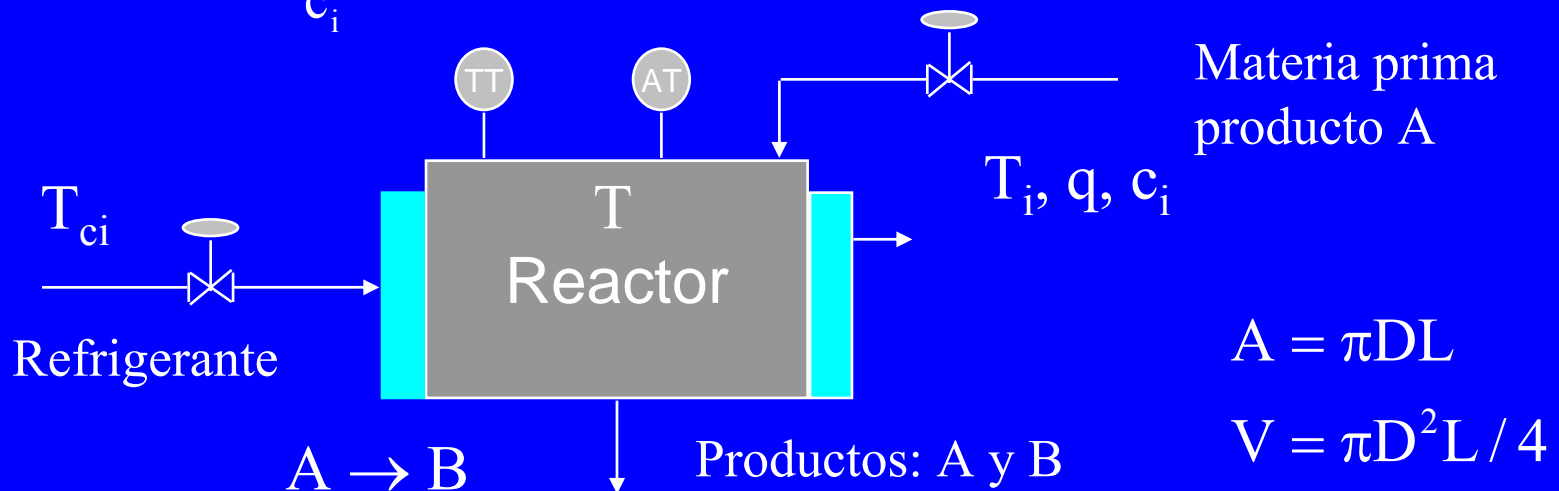
$$c_A = c_i(1-x) \quad x = \frac{c_B}{c_i} \text{ conversión}$$

Conservación de Energía

$$Q = UA(T - T_c)$$

$$q\rho c_p T_i - q\rho c_p T + Vkc_A H - Q = 0$$

$$F\rho_j c_{pj}(T_{ci} - T_c) + Q = 0$$



Diseño del reactor

$$q c_i - q c_A - V \beta e^{-E/RT} c_A = 0$$

$$-q c_B + V \beta e^{-E/RT} c_A = 0$$

$$c_A = c_i(1-x) \quad x \text{ conversión}$$

$$q \rho c_p T_i - q \rho c_p T + V k c_A H - UA(T - T_c) = 0$$

$$F \rho_j c_{pj} (T_{ci} - T_c) + UA(T - T_c) = 0$$

$$V = \pi D^2 L / 4$$

$$A = \pi D L$$

Se pueden seleccionar D , T y L dentro de un rango

Total variables: 14

$q, c_i, c_A, c_B, V, T, x, T_i, A, T_c, F, T_{ci}, D, L$

Ecuaciones: 7

Especificaciones: 4

q, c_i, T_i, T_{ci}

Grados de libertad: 3 D, T, L

Diseño del Reactor

Para un D , T y L escogidos:

Calcular $k = \beta \exp(-E/RT)$, $V = \pi D^2 L / 4$, $A = \pi DL$

Calcular x : $x = Vk / (Vk + q)$

Calcular c_A : $c = (1 - x) c_i$

Calcular Q $Q = c_A V k H - c_p \rho q (T - T_i)$

Calcular T_c $T_c = T - Q / (U A)$

Calcular F $F = Q / (\rho_j c_{pj} (T - T_{ci}))$

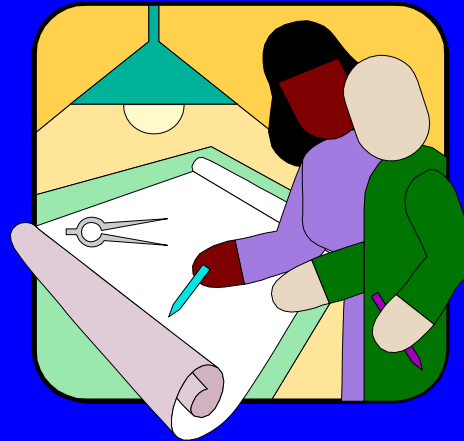
Calcular costos de construcción inversión y operación

Aceptar o especificar otra D , T o L y repetir

Optimización

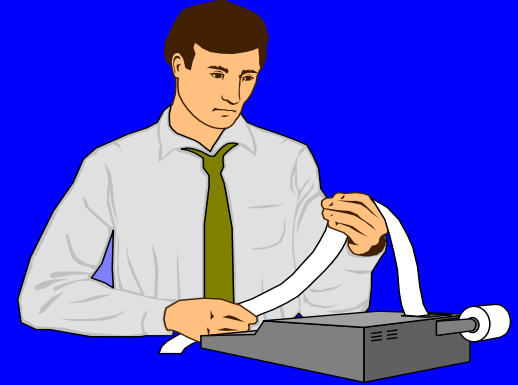


Fijada una estructura y especificaciones, si hay un rango admisible para las variables de especificación p.e. T , x ,.... puede optimizarse el diseño :



Cálculo de parámetros y dimensionamiento

Modelo en estado estacionario de balances y propiedades



Costes

\min Costes (p)
sujeto al modelo y restricciones de operación

Diseño óptimo

$$\text{Min Costo} = \min_{D, T, L} \text{coef} * D^{1.066} L^{0.802} - q c_B \text{precio}_B * \text{tiempo} \\ + q c_i \text{precio}_A * \text{tiempo} + F \text{precio}_F * \text{tiempo}$$

Sujeto a:

$$T_{\min} \leq T \leq T_{\max}$$

$$x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$$

$$L_{\min} \leq L \leq L_{\max}$$

$$c_A \geq 0 \quad c_B \geq 0$$

$$V \geq 0 \quad 1 \leq L/D \leq 3$$

$$T - T_c \geq 10$$

...

$$q c_i - q c_A - V \beta e^{-E/RT} c_A = 0$$

$$-q c_B + V \beta e^{-E/RT} c_A = 0$$

$$c_A = c_i (1 - x)$$

$$q \rho c_p T_i - q \rho c_p T + V k c_A H - UA(T - T_c) = 0$$

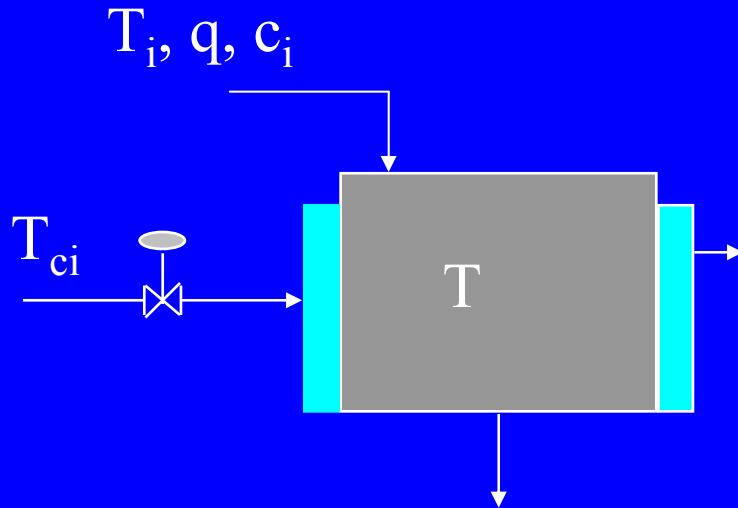
$$F \rho_j c_{pj} (T_{ci} - T_c) + UA(T - T_c) = 0$$

$$V = \pi D^2 L / 4$$

$$k = \beta e^{-E/RT}$$

$$A = \pi D L$$

Especificaciones (Luyben)



Especificaciones:

$$q = 2.832 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$\beta = 5.967 \quad E = 826$$

$$H = -75755.88 \text{ kJ/kmol}$$

$$T_i = T_{ci} = 21.11 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\rho = 800.8 \text{ Kg/m}^3$$

$$c_i = 15 \text{ kmol/m}^3$$

$$U = 6129 \text{ kJ/h m}^2 \cdot \text{K}$$

$$c_p = 0,968 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

$$c_{pc} = 1,291 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

$$\rho_j = 1041.1 \text{ Kg/m}^3$$

separación camisa 0.1 m.

$$0.8 \leq x \leq 0.95$$

$$T_r + 10 \leq T \leq T_r + 30$$

$$F \leq 90 \quad 1 \leq L/D \leq 3 \quad \dots$$

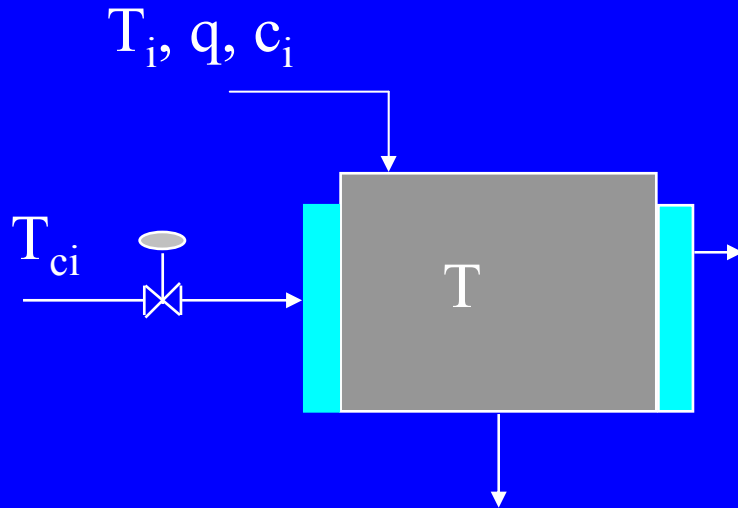
$$\begin{aligned} \text{Costo} &= \text{inversión} + \text{operación} \\ \text{anual} &= 2575.7 D^{1.066} L^{0.802} + \\ &+ [0.05F + (0.03c_A - 0.3c_B)q]7500 \text{ €} \end{aligned}$$

$$T = 65 \quad L = 3.3 \quad D = 3.3$$

$$F = 58.2 \quad x = 0.83$$

$$T_c = 52.7 \quad \text{costo} = -29890 \text{ €}$$

Otras especificaciones (Luyben)



Especificaciones:

$$q = 100 \text{ lb-mol/h}$$

$$T = 140 \text{ }^\circ\text{F} \quad k = 0.5 \text{ h}^{-1}$$

$$H = 30000 \text{ Btu/lb-mol}$$

$$T_i = 70 \text{ }^\circ\text{F} \quad c_i = 1$$

$$\rho = 50 \text{ lb/ft}^3 \quad T_{ci} = 70 \text{ }^\circ\text{F}$$

$$U = 300 \text{ Btu/h }^\circ\text{F ft}^2$$

$$c_p = 0.75 \text{ Btu/lb }^\circ\text{F}$$

$$c_{pc} = 1 \text{ Btu/lb }^\circ\text{F}$$

$$\rho_j = 65 \text{ lb/ft}^3$$

separación camisa 4 in.

$$x = 0.95$$

$$L / D = 2$$

$$\text{Costo} = 3 * 1916.9 D^{1.066} L^{0.802} \$$$

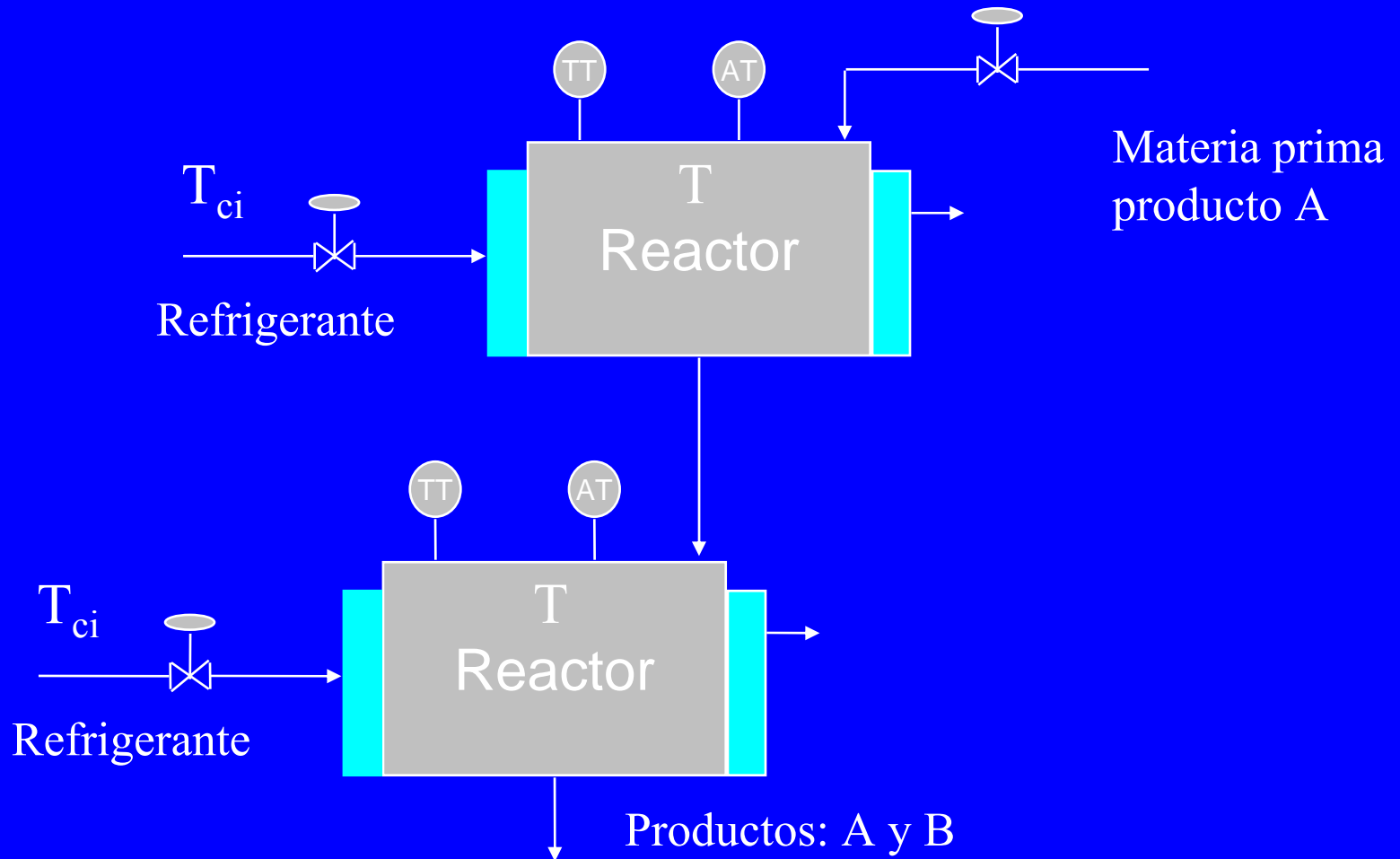
Un solo grado de libertad L

$$V = 3800 \quad A = 1132$$

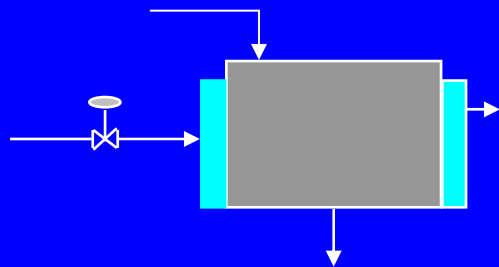
$$Q = 2588 \quad F_c = 83$$

$$T_c = 132 \quad \text{costo} = 427.3\text{€}$$

¿Uno ó varios reactores?



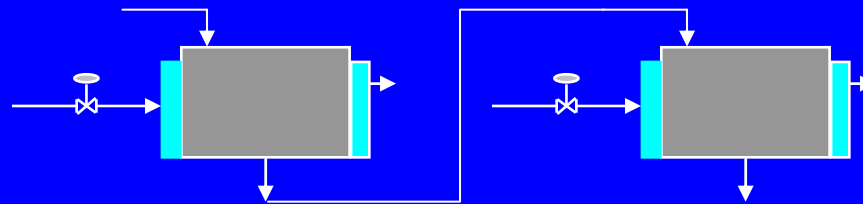
Ejemplo para $x=0.95$, $T=140$



$V=3800$ $T=140$ $x=0.95$
 $A = 1132$ $Q=2588$ $F_j=83$
 $T_j=132$

427.3\$

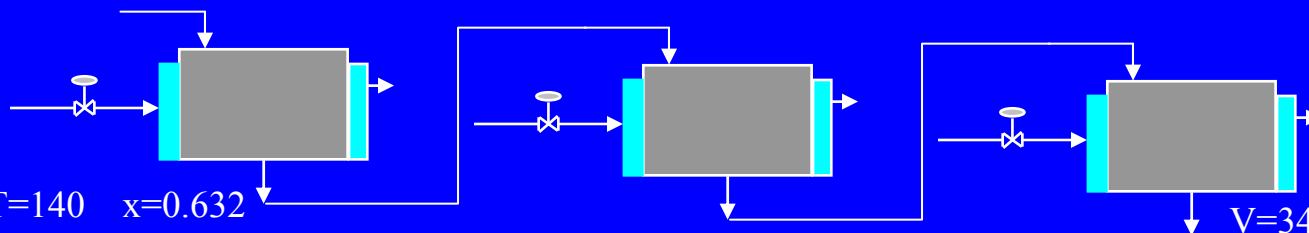
$V=695$ $T=140$ $x=0.776$
 $A = 364$ $Q=2067$ $F_j=80.9$
 $T_j=121$



$V=695$ $T=140$ $x=0.95$
 $A = 364$ $Q=521$ $F_j=16$
 $T_j=135$

296.6\$

$V=343$ $T=140$ $x=0.632$
 $A = 228$ $Q=1632$ $F_j=70.8$
 $T_j=116$



$V=343$ $T=140$ $x=0.864$
 $A = 228$ $Q=698$ $F_j=23.4$ $T_j=130$

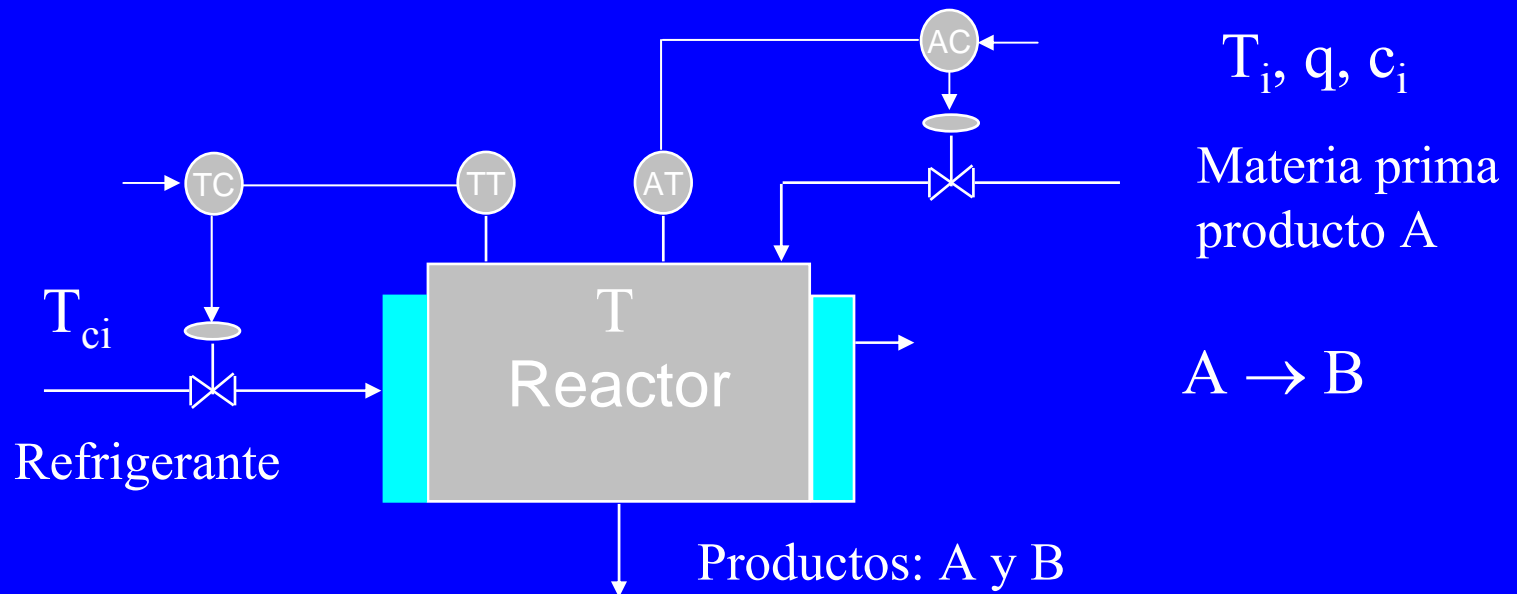
$V=343$ $T=140$ $x=0.95$
 $A = 228$ $Q=257$ $F_j=7.8$
 $T_j=136$

286.7\$

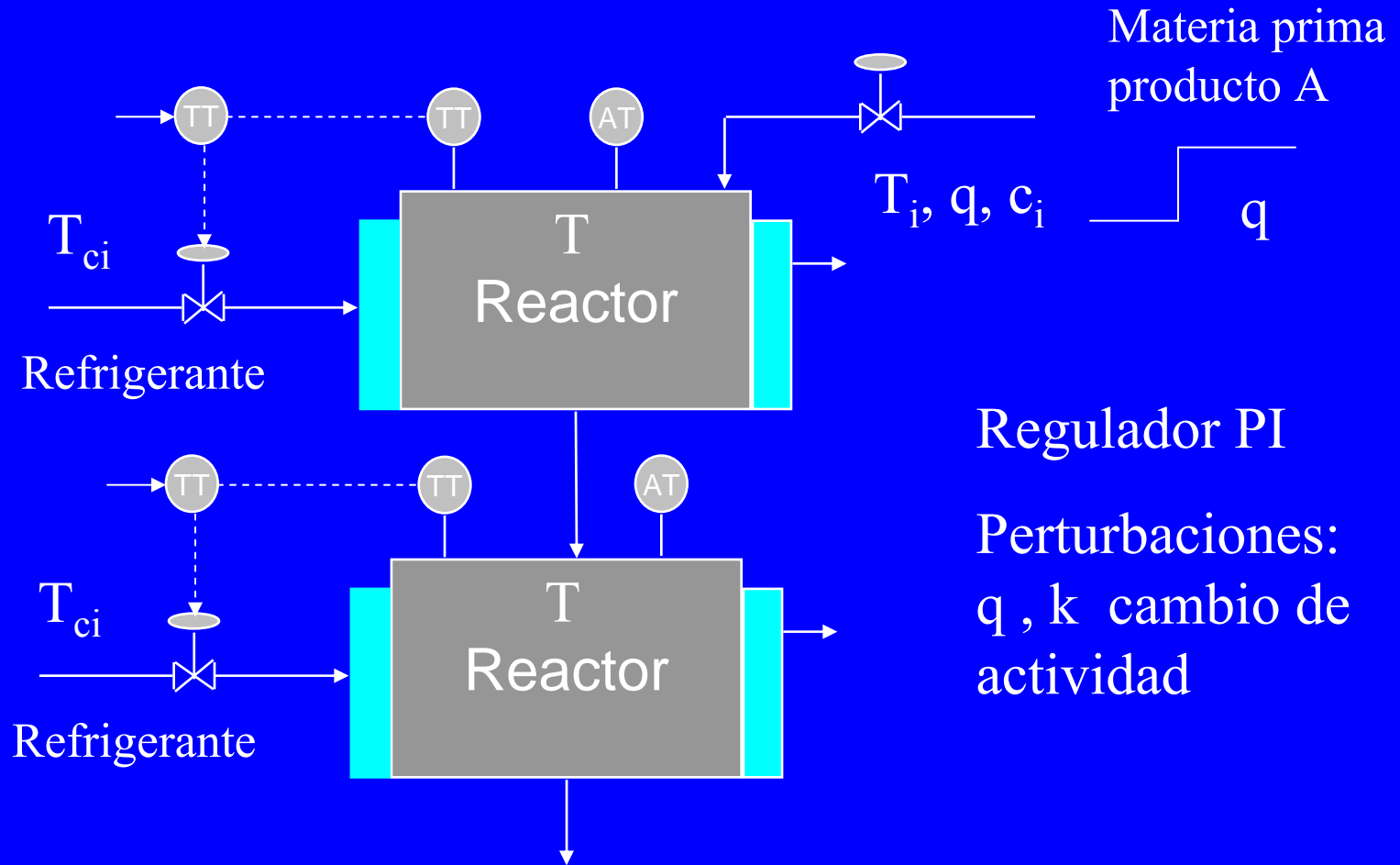
Operabilidad

El reactor resultante, ¿es fácilmente operable?

¿Se sintoniza fácilmente? , ¿Como responde a perturbaciones? (q , k cambio de actividad,...)



Respuesta dinámica



Observaciones

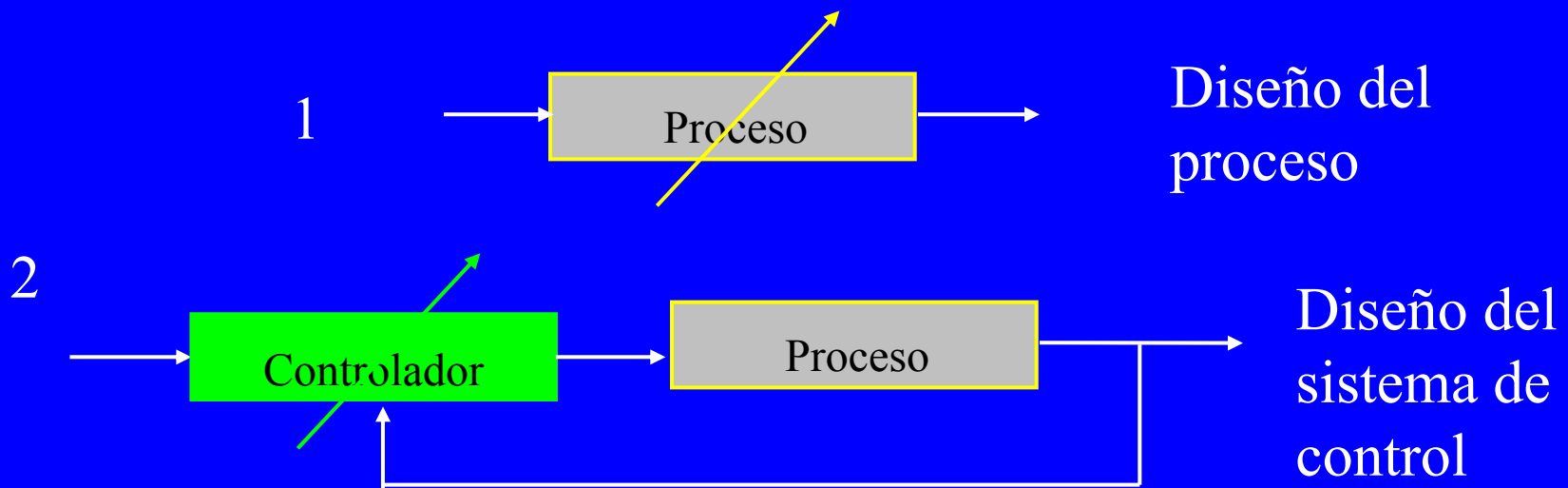
- Considerando solo el coste, deben usarse tres reactores en serie
- Q es mayor en las primeras etapas por lo que son las mas difíciles de controlar
- A mayor conversión, mayor tamaño y mayor area, lo que implica saltos térmicos y flujos de refrigeración menores y mejor controlabilidad
- A mayor k , menor tamaño, lo que decrece el area y empeora la controlabilidad

Diseño

- Típicamente el diseño del proceso y el diseño de su sistema de control se realizan de forma secuencial
- El diseño del proceso se hace por un Ing.de proceso en estado estacionario y con criterios de costes
- Después se diseña el sistema de control con criterios de comportamiento dinámico
- El diseño del proceso influye en su operabilidad y puede dificultar el obtener unas determinadas prestaciones dinámicas en lazo cerrado.
- Un proceso óptimo en costes puede ser difícilmente operable. Integración másica y energética.

Operabilidad

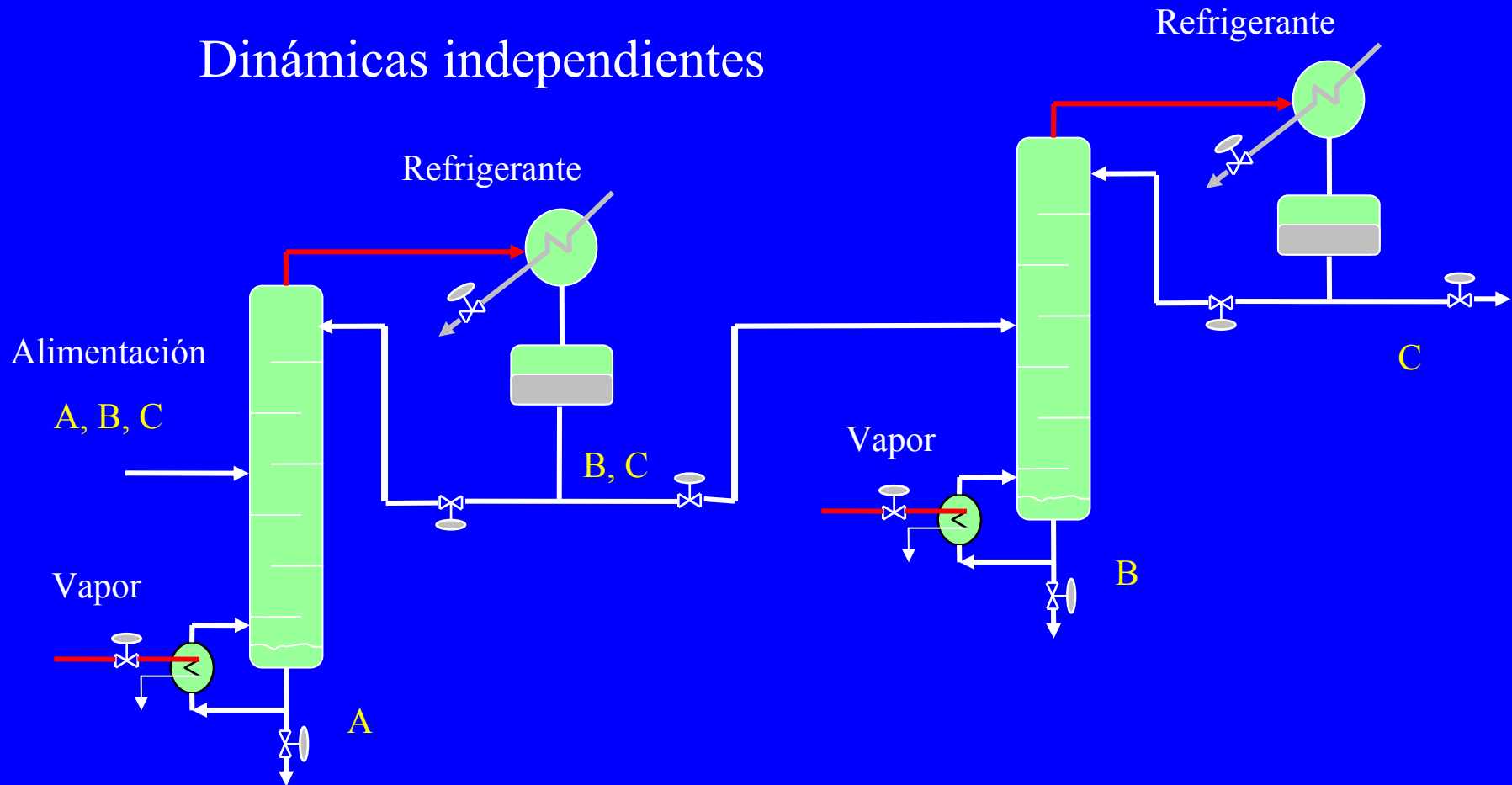
- Típicamente el diseño del proceso y el diseño de su sistema de control se realizan de forma secuencial con criterios distintos



El diseño del proceso influye en su operabilidad y puede dificultar el obtener determinadas prestaciones dinámicas en lazo cerrado

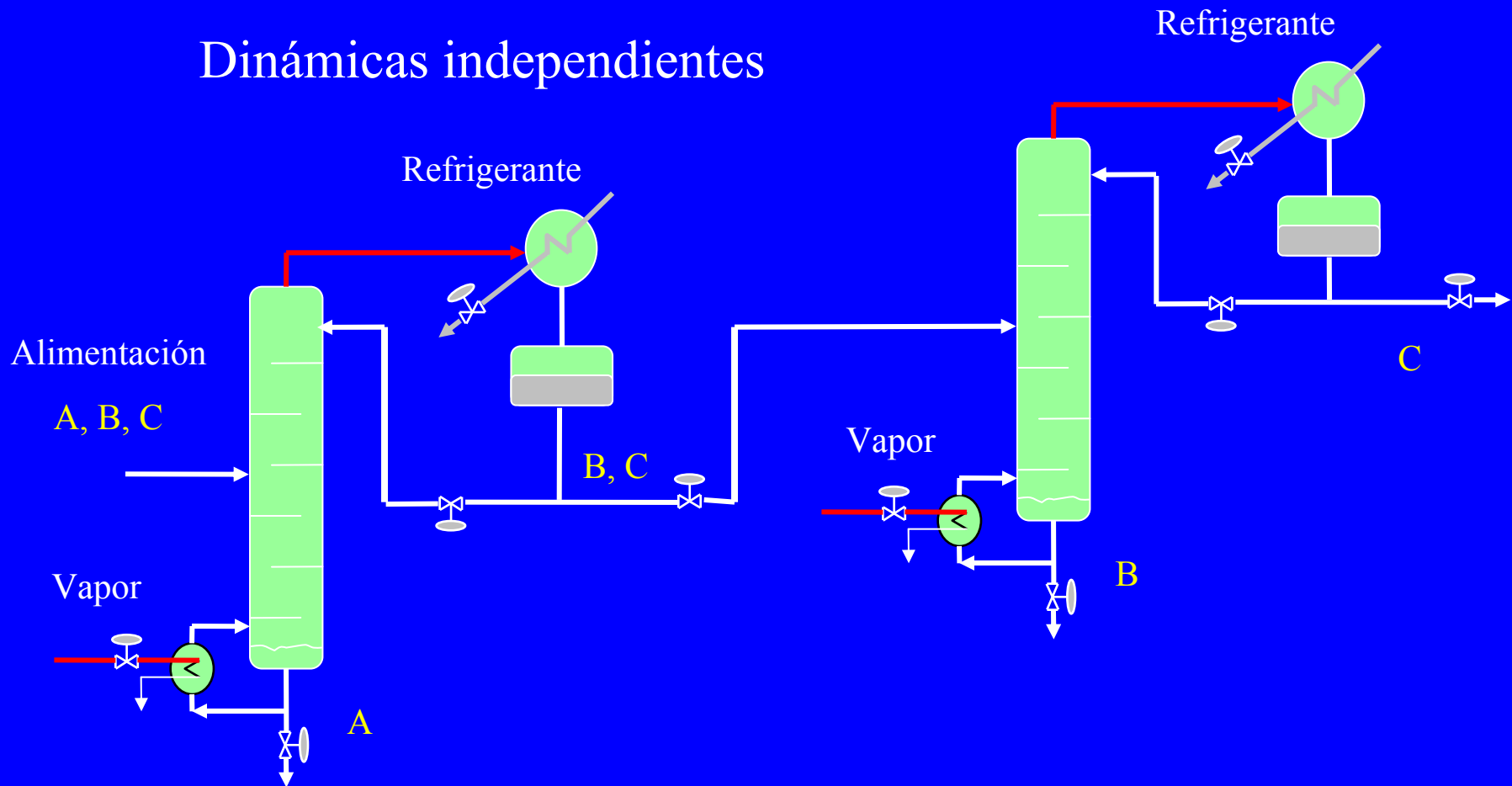
Integración energética

Dinámicas independientes



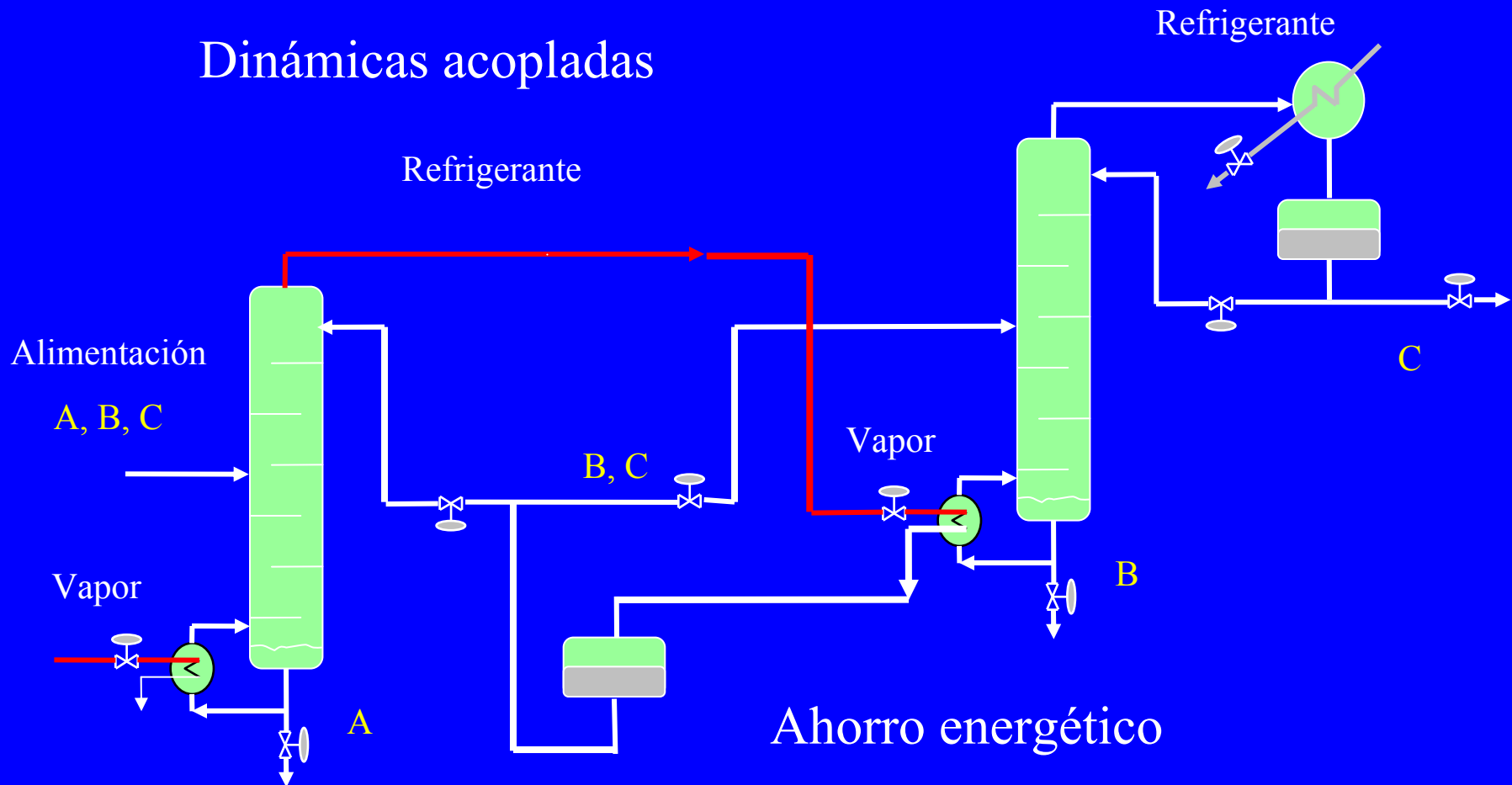
Integración energética

Dinámicas independientes

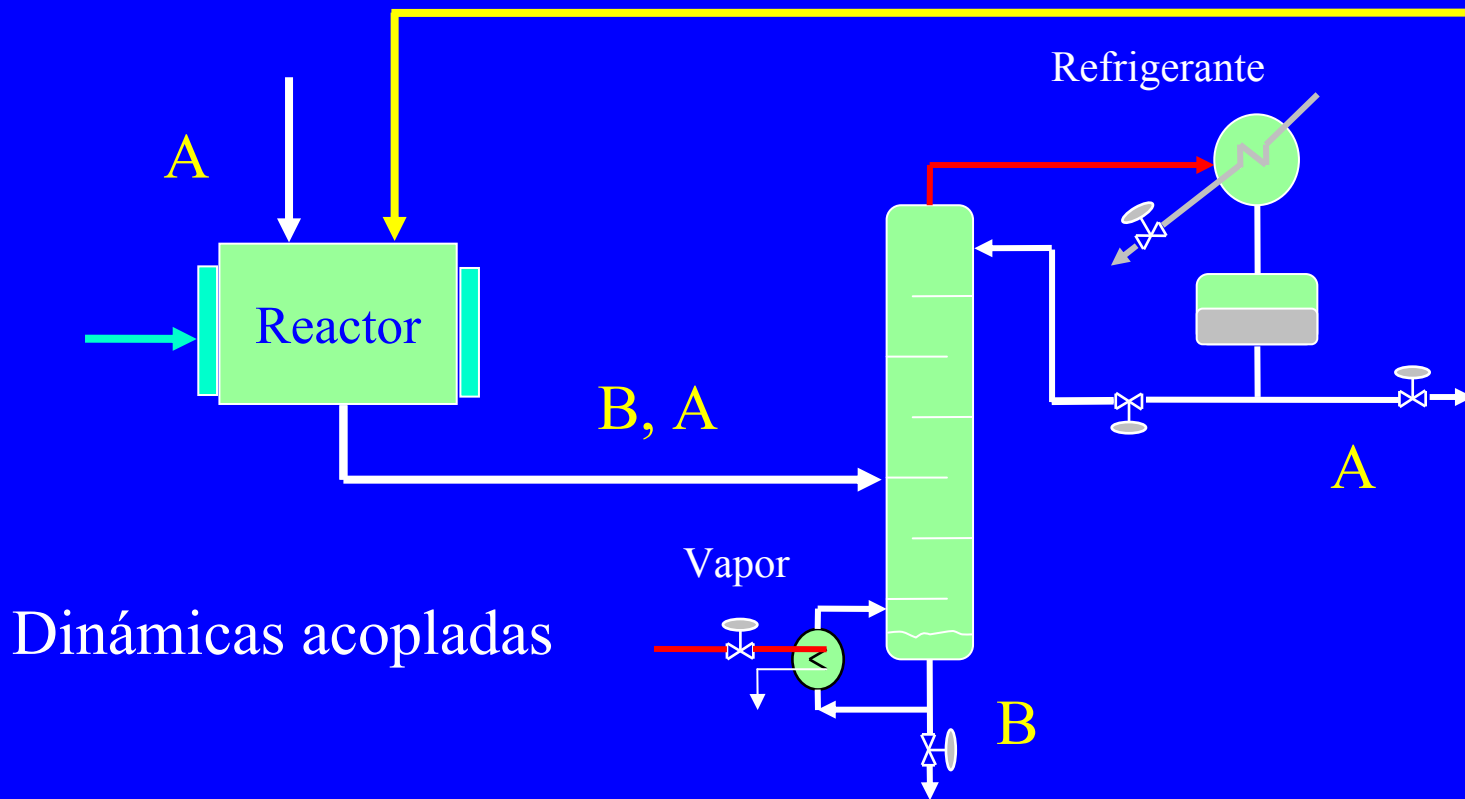


Integración energética

Dinámicas acopladas

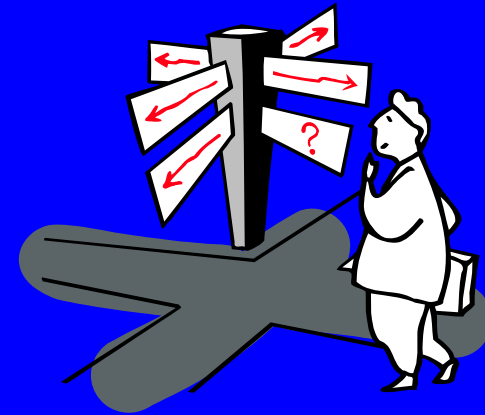


Recirculación de productos



2 problemas

- ¿Como automatizar la tarea de selección de la mejor estructura del proceso?
- ¿Como garantizar la controlabilidad dinámica del diseño resultante?

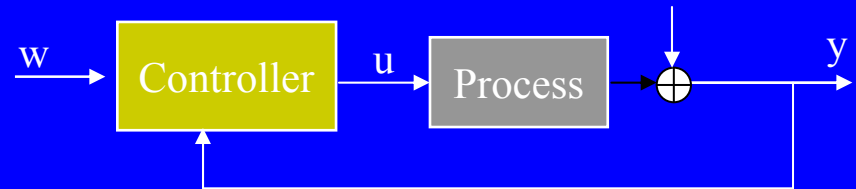


Diseño Integrado del proceso y su sistema de control



Para lograr la mejor respuesta dinámica, el proceso y su sistema de control deben diseñarse conjuntamente

El diseño del proceso limita la respuesta dinámica alcanzable



Este es un problema importante en plantas nuevas con integración másica o energética o donde se requiera respuestas dinámicas exigentes

Integrated P&C Design

Las primeras ideas sobre integración diseño – control aparecen en (Nishida , *et al.*, 1975; Nishida , *et al.*, 1976)

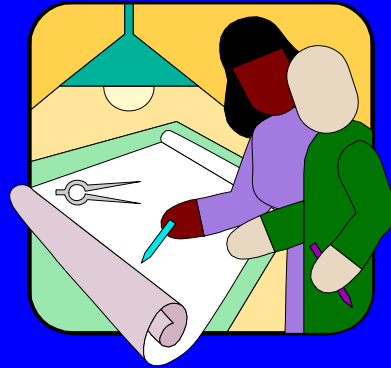
(Morari, 1992) and (Perkins, 1989) han recogido las ideas mas significativas en el tema

(Morari, 1983; Skogestad and Morari, 1987b; Morari and Zafiriou, 1989; Skogestad, 1991; Skogestad and Wolf, 1992) han hecho contribuciones significativas al análisis del control y al estudio de la adaptabilidad dinámica de los sistemas, introduciendo y analizando magnitudes de control para la interacción entre variables y el rechazo de perturbaciones.

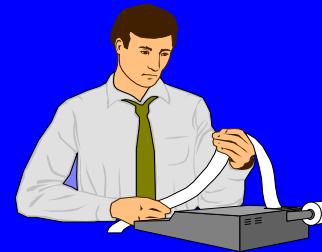
Diseño Integrado



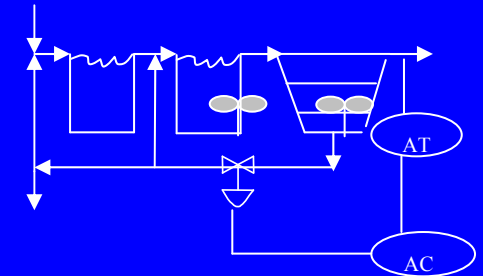
Fijada una estructura y especificaciones :



Cálculo de parámetros y dimensionamiento



Costes



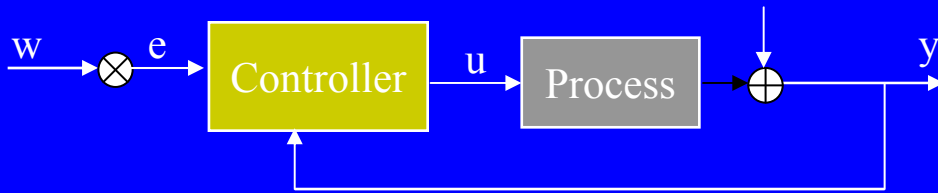
Parámetros de controlabilidad

Problema de Optimización NLP

Modelo en estado estacionario de balances y propiedades

\min Costes (p, r)
sujeto al modelo y restricciones de operación y controlabilidad

Como incorporar la dinámica en el diseño del proceso?



$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{p}} J(\mathbf{x}, \mathbf{p})$$

s.a.

$$h(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = 0$$

$$\psi(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq 0$$

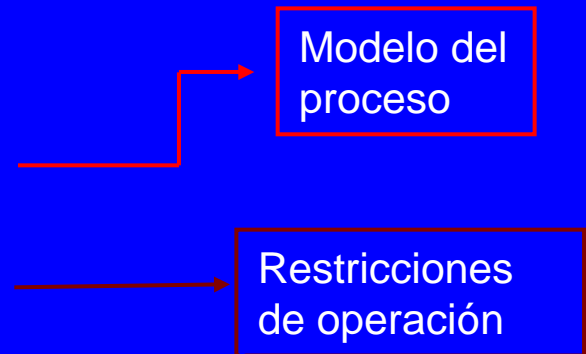
$$\mathbf{x}, \mathbf{p} \in \Omega \subset \mathbb{R}^n$$

Parámetros de diseño y variables del proceso

Función de costo

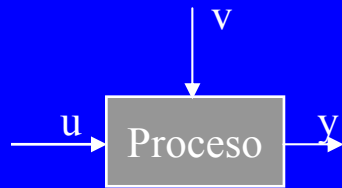
Modelo del proceso

Restricciones de operación



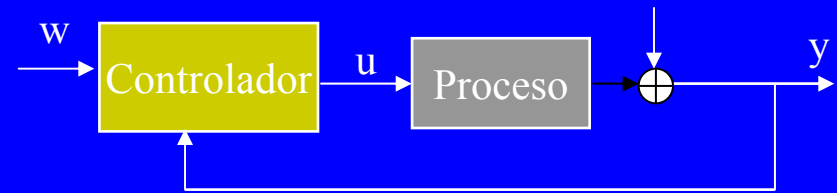
Diseño en lazo abierto/cerrado

Lazo abierto



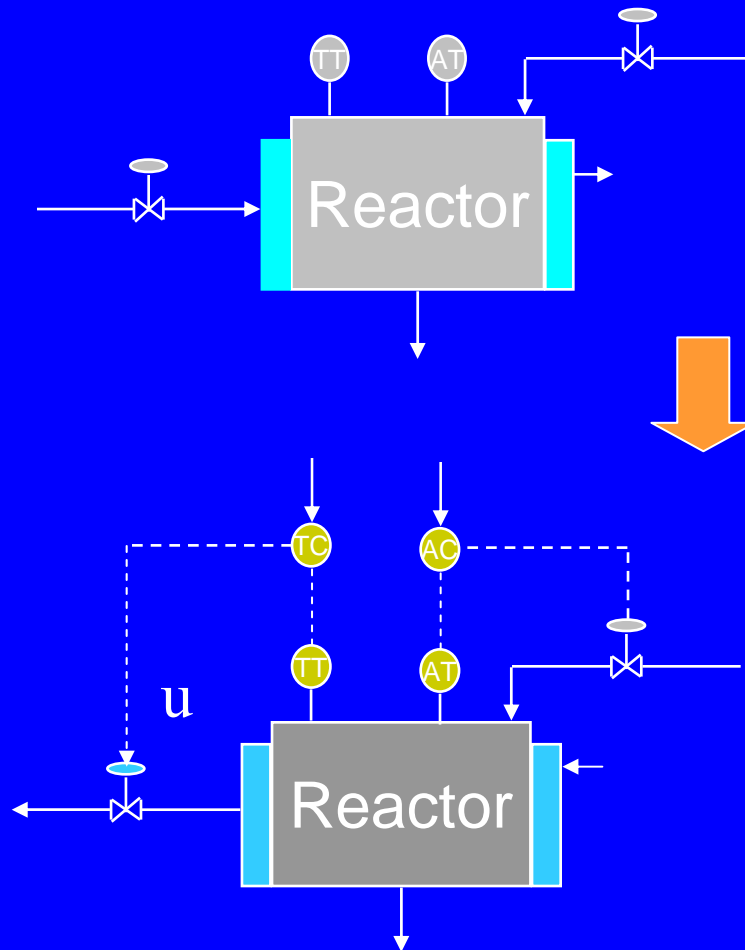
Diseñar el proceso imponiendo que posea unas características dinámicas que faciliten el diseño posterior del sistema de control

Lazo cerrado



Diseñar el proceso y los reguladores de modo que se satisfagan las especificaciones deseadas del proceso y de la dinámica en lazo cerrado

Diseño Integrado: Reactor



El reactor se diseña de forma que su dinámica en lazo abierto facilite el diseño del sistema de control

Diseño en lazo cerrado: El reactor y su sistema de control se diseñan simultáneamente

Predecesor: Diseño aeroespacial

Estable en lazo abierto



Inestable en lazo abierto,
pero mejores
características dinámicas
en lazo cerrado



Dos problemas:

- Caracterización dinámica
- Cálculo de los parámetros de diseño óptimos

¿Como caracterizar la dinámica?

Modelo linealizado **Generico**
función del punto de operación

$$\begin{aligned} A(p) &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_p, & B(p) &= \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_p, \\ V(p) &= \left. \frac{\partial f}{\partial v} \right|_p, & C(p) &= \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_p, \\ D(p) &= \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_p \end{aligned}$$

Valores
singulares, polos,
RGA, números
de condición, etc.

Indices de
operabilidad

Simulación dinámica

Modelo dinámico

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x, u, y, p) \\ y &= \psi(x, u, y, p) \end{aligned}$$

Comportamiento
dinámico

ISE, ITAE,
tiempo de
asentamiento,
etc.

Diseño con Índices de Operabilidad

Estructura fija del proceso

Lazo abierto

$$\begin{aligned} & \min_{x,p} J(x,p) \\ & \text{s.a.} \\ & f(x,p) = 0 \\ & \psi(x,p) \leq 0 \\ & \phi_1(A,B,C,D) \leq 0 \\ & A(p), B(p), C(p), D(p) \end{aligned}$$

Lazo cerrado

$$\begin{aligned} & \min_{x,p,p_c} J(x,p,p_c) \\ & \text{s.a.} \\ & f(x,p) = 0 \\ & \psi(x,p) \leq 0 \\ & R(p_c) = 0 \\ & \phi_2(R,A,B,C,D) \leq 0 \\ & A(p), B(p), C(p), D(p) \end{aligned}$$

Controladores

Modelo estático
Restricciones
de proceso

Valores singulares, polos,
RGA, números de
condición, etc.

Valores singulares,
polos, etc.

Problema NLP

Diseño con el comportamiento dinámico explícito

Estructura fija del proceso

Lazo abierto

$$\min_{x,p} J(x,p)$$

s.a.

$$\frac{dx}{dt} = f(x,u,p)$$

$$y = g(x,u,p)$$

$$\psi(x,p) \leq 0$$

$$\phi_3(x,u,p) \leq 0$$

Sobrepico, tiempo de asentamiento, etc.

Lazo cerrado

$$\min_{p,p_c} J(x,p,p_c)$$

s.a.

$$\frac{dx}{dt} = f(x,u,p)$$

$$y = g(x,u,p)$$

$$\frac{du}{dt} = k(y,u,p_c)$$

$$\psi(u,y,p,p_c) \leq 0$$

ISE, ITAE, Tiempo de asentamiento en lazo cerrado, etc.

NLP/DAE Problem

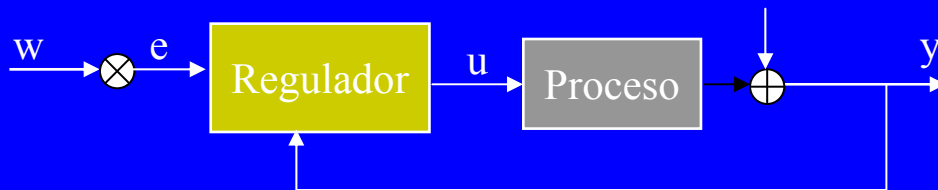
Diseño Integrado

El problema de optimización proporciona:

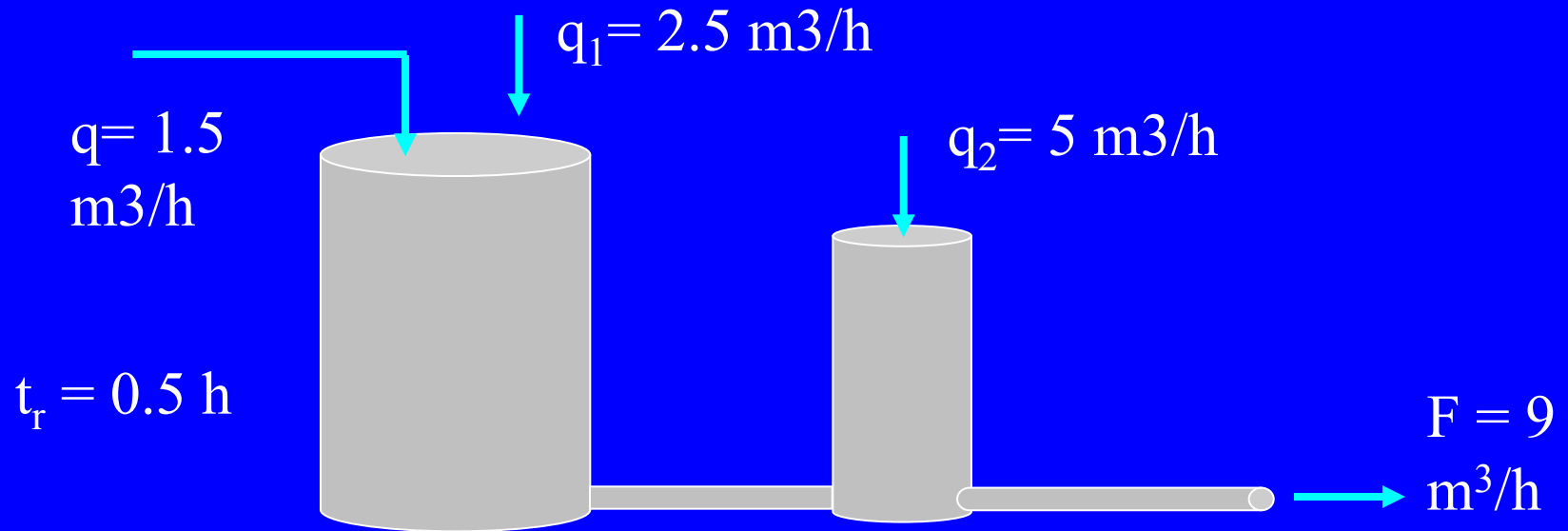


Valores óptimos de los parámetros de diseño y variables del proceso (volumen, caudales, temp.) que:

- ❑ minimizan la función de costo
- ❑ cumplen las restricciones del proceso
- ❑ satisfacen las especificaciones dinámicas
- ❑ **Parámetros de los controladores**



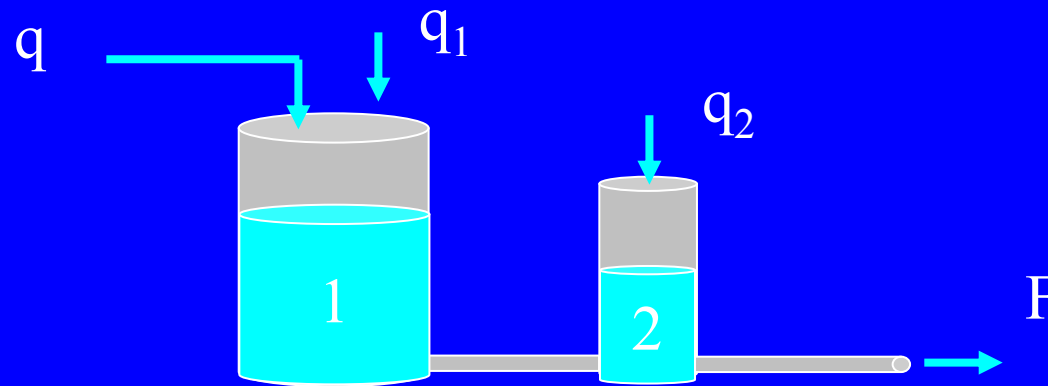
Sistema de dos depósitos



Objetivo: Diseñar los depósitos y un sistema de control que mantenga el tiempo de residencia en el primer depósito y el caudal de salida F constantes actuando sobre q_1 y q_2 , a pesar de los cambios en q

Desviación máxima del 1% y 2% y 4 h. de tiempo de asentamiento ante cambios en q

Sistema de dos depósitos



$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, v)$$

$$y = g(x, u, v)$$

$$x_1 = h_1 \quad x_2 = h_2$$

$$u_1 = q_1 \quad u_2 = q_2$$

$$y_1 = \tau \quad y_2 = F$$

$$v = q$$

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q + q_1 - k_1\sqrt{h_1 - h_2}$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = q_2 + k_1\sqrt{h_1 - h_2} - k_2\sqrt{h_2}$$

$$\tau = \frac{A_1 h_1}{k_1\sqrt{h_1 - h_2}} \quad F = k_2\sqrt{h_2}$$

Balances en equilibrio

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q + q_1 - k_1 \sqrt{h_1 - h_2}$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = q_2 + k_1 \sqrt{h_1 - h_2} - k_2 \sqrt{h_2}$$

$$\tau = \frac{A_1 h_1}{k_1 \sqrt{h_1 - h_2}} \quad F = k_2 \sqrt{h_2} \quad \Rightarrow$$

$$0 = 1.5 + 2.5 - k_1 \sqrt{h_{10} - h_{20}}$$

$$0 = 5 + k_1 \sqrt{h_{10} - h_{20}} - k_2 \sqrt{h_{20}}$$

$$0.5 = \frac{A_1 h_{10}}{k_1 \sqrt{h_{10} - h_{20}}}$$

$$9 = k_2 \sqrt{h_{20}}$$



$$4 = k_1 \sqrt{h_{10} - h_{20}}$$

$$9 = k_2 \sqrt{h_{20}}$$

$$2 = A_1 h_{10}$$

Se pueden escoger 2 variables entre k_1 , k_2 , h_{10} , h_{20} y A_1 , (mas A_2 , que no influye en el equilibrio pero si en la dinámica del proceso)

¿Cual es la mejor elección?

Optimización de costos

Eligiendo h_{10} , h_{20} y A_2 como variables de decisión:

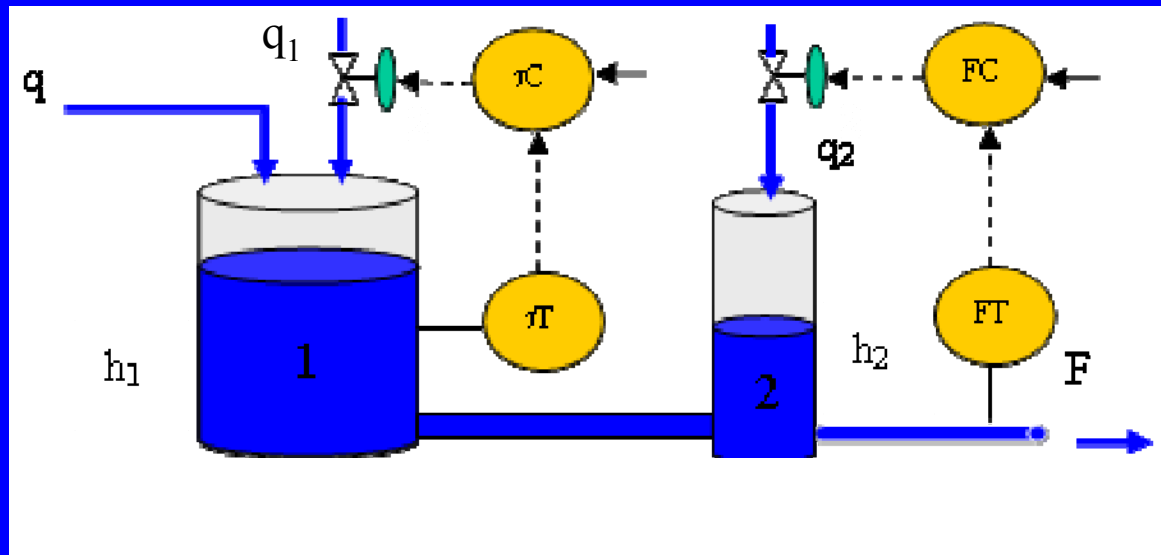
$$\min_{h_{10}, h_{20}, d_2} \left(\frac{4A_1}{\pi} \right)^{0.53} \left(1.25 \frac{h_{10}}{0.5} \right)^{0.802} + \left(\frac{4A_2}{\pi} \right)^{0.53} \left(1.25 \frac{h_{20}}{0.5} \right)^{0.802} + \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_2$$
$$k_1 = \frac{4}{\sqrt{h_{10} - h_{20}}} \quad k_2 = \frac{9}{\sqrt{h_{20}}} \quad A_1 = \frac{2}{h_{10}} = \frac{\pi d_1^2}{4} \quad A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} \quad (11)$$
$$h_{\max} \geq h_{10} \geq h_{20} \geq h_{\min} \quad d_2 \geq d_{\min} \quad 5 \geq h_{10} / d_1 \geq 1 \quad 5 \geq h_{20} / d_2 \geq 1$$

Diseño tradicional sin tener en cuenta los aspectos dinámicos

Solución:

$$h_{10}=3.99., h_{20}=2.39, k_1=3.16, k_2=5.81, A_1=0.5, A_2=0.19, \text{cost}=33.99 \text{ m€}$$

Evaluación del diseño



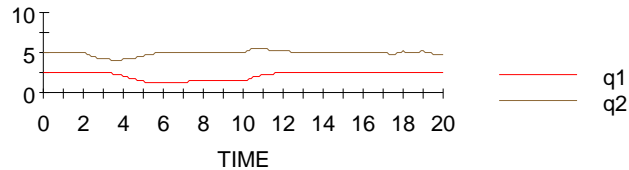
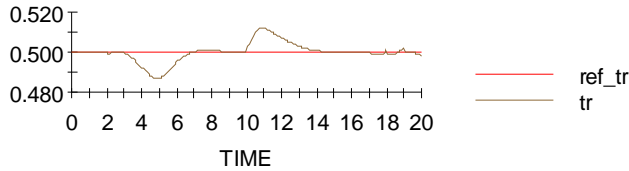
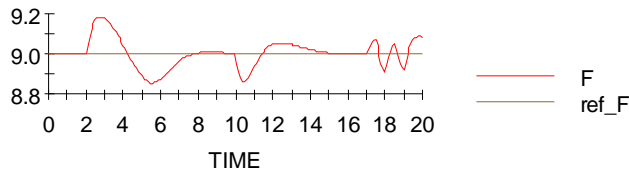
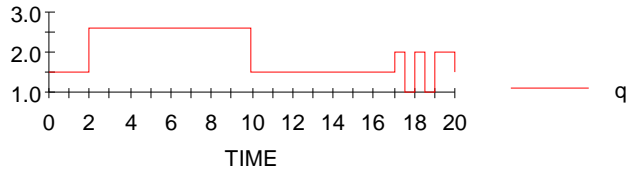
RGA:

$$\begin{matrix} & q_1 & q_2 \\ \tau & \begin{bmatrix} -0.84 & 2.67 \\ 1.34 & -1.67 \end{bmatrix} \\ F & \end{matrix}$$

Polos: -1.4, -17.03

Controladores PID
sintonizados con las
reglas habituales

Simulación dinámica



Perturbación

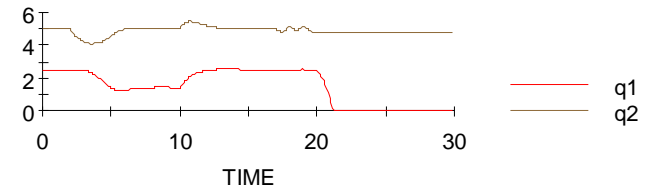
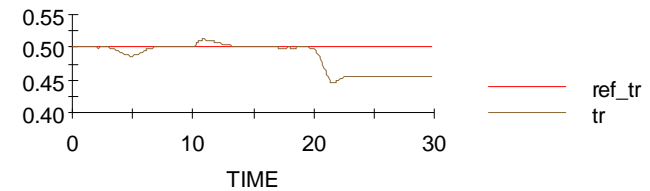
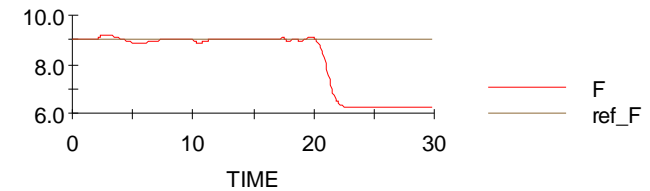
Flujo F

Tiempo de
residencia

MV



q_1 man



Lento y fuera de rango

¡Primer lazo inestable!

Diseño Integrado: Metodología usando índices de comportamiento

Modelo matemático



```
graph TD; A[Modelo matemático] --> B[Cálculo del modelo genérico lineal]; B --> C[Magnitudes de Controlabilidad]; C --> D["Optimización de costes con restricciones (modelo + controlabilidad)"];
```

Cálculo del modelo genérico lineal

Magnitudes de Controlabilidad

Optimización de costes con restricciones
(modelo + controlabilidad)

Linealización en el punto h_{10}, h_{20}

$$A_1 \frac{d \Delta h_1}{d t} = \Delta q + \Delta q_1 - \frac{k_1}{2\sqrt{h_{10} - h_{20}}} \Delta h_1 + \frac{k_1}{2\sqrt{h_{10} - h_{20}}} \Delta h_2$$

$$A_2 \frac{d \Delta h_2}{d t} = \Delta q_2 + \frac{k_1}{2\sqrt{h_{10} - h_{20}}} \Delta h_1 - \left(\frac{k_1}{2\sqrt{h_{10} - h_{20}}} + \frac{k_2}{2\sqrt{h_{20}}} \right) \Delta h_2$$

$$\Delta \tau = \frac{A_1 (h_{10} - 2h_{20})}{2k_1 (h_{10} - h_{20})^{3/2}} \Delta h_1 + \frac{A_1 h_{10}}{2k_1 (h_{10} - h_{20})^{3/2}} \Delta h_2$$

$$\Delta F = \frac{k_2}{2\sqrt{h_{20}}} \Delta h_2$$

$$4 = k_1 \sqrt{h_{10} - h_{20}}$$

$$9 = k_2 \sqrt{h_{20}}$$

$$2 = A_1 h_{10}$$

Modelo genérico linealizado

$$\frac{2}{h_{10}} \frac{d \Delta h_1}{d t} = \Delta q + \Delta q_1 - \frac{2}{h_{10} - h_{20}} \Delta h_1 + \frac{2}{h_{10} - h_{20}} \Delta h_2$$

$$A_2 \frac{d \Delta h_2}{d t} = \Delta q_2 + \frac{2}{h_{10} - h_{20}} \Delta h_1 - \left(\frac{2}{h_{10} - h_{20}} + \frac{9}{2h_{20}} \right) \Delta h_2$$

$$\Delta \tau = \frac{1 - A_1 h_{20}}{4(h_{10} - h_{20})} \Delta h_1 + \frac{1}{4(h_{10} - h_{20})} \Delta h_2$$

$$\Delta F = \frac{9}{2h_{20}} \Delta h_2$$

Escalar de acuerdo a las variaciones permitidas

Modelo en variables de estado

$$\begin{bmatrix} \frac{d \Delta h_1}{d t} \\ \frac{d \Delta h_2}{d t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{h_{10}}{h_{10} - h_{20}} & \frac{h_{10}}{h_{10} - h_{20}} \\ \frac{1}{A_2 (h_{10} - h_{20})} & -\frac{1}{A_2} \left(\frac{h_{10}}{h_{10} - h_{20}} + \frac{9}{2h_{20}} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{h_{10}}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{h_{10}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta q$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \tau \\ \Delta F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1 - A_1 h_{20}}{4(h_{10} - h_{20})} & \frac{1}{4(h_{10} - h_{20})} \\ 0 & \frac{9}{2h_{20}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{bmatrix}$$

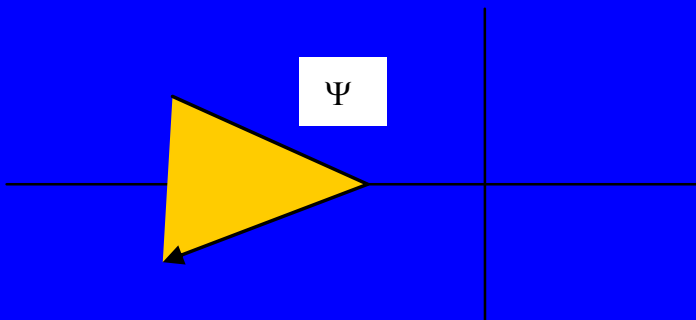
Se pueden calcular las características dinámicas en función de h_{10} , h_{20} y A_2

Dinámica

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{h_{10}}{h_{10} - h_{20}} & \frac{h_{10}}{h_{10} - h_{20}} \\ \frac{1}{A_2(h_{10} - h_{20})} & -\frac{1}{A_2} \left(\frac{h_{10}}{h_{10} - h_{20}} + \frac{9}{2h_{20}} \right) \end{bmatrix}$$

El tipo de respuesta, tiempo de asentamiento, etc. vienen dados por los autovalores de A

$$\text{Eig}(A(p)) \leq \Psi$$



$$G(s) = C[sI - A]^{-1} B$$

Del mismo modo pueden calcularse otras características dinámicas: ganancia, ancho de banda, grado de interacción, etc.

Diseño integrado

h_{10} , h_{20} y d_2 son las variables de decisión

$$\min_{h_{10}, h_{20}, d_2} \left(\frac{4A_1}{\pi} \right)^{0.53} \left(1.25 \frac{h_{10}}{0.5} \right)^{0.802} + \left(\frac{4A_2}{\pi} \right)^{0.53} \left(1.25 \frac{h_{20}}{0.5} \right)^{0.802} + \alpha_2 k_1 + \alpha_2 k_2$$

$$k_1 = \frac{4}{\sqrt{h_{10} - h_{20}}} \quad k_2 = \frac{9}{\sqrt{h_{20}}} \quad A_1 = \frac{2}{h_{10}} = \frac{\pi d_1^2}{4} \quad A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} \quad (31)$$

$$h_{\max} \geq h_{10} \geq h_{20} \geq h_{\min} \quad d_2 \geq d_{\min} \quad 5 \geq h_{10} / d_1 \geq 1 \quad 5 \geq h_{20} / d_2 \geq 1$$

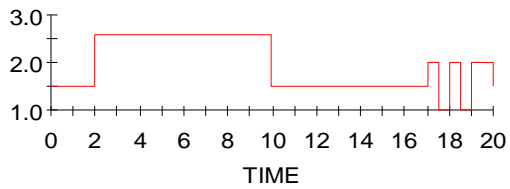
$$\text{eig} \left[\begin{array}{cc} -\frac{h_{10}}{h_{10} - h_{20}} & \frac{h_{10}}{h_{10} - h_{20}} \\ \frac{h_{10} - h_{20}}{2} & \frac{h_{10} - h_{20}}{2} \end{array} \right] \leq -1.8 \quad \leftarrow \text{Restricciones dinámicas adicionales}$$

$$\left[\frac{h_{10} - h_{20}}{2} \quad -\frac{1}{A_2} \left(\frac{h_{10} - h_{20}}{2} + \frac{9}{2h_{20}} \right) \right]$$

Solución:

$$h_{10}=1.78., h_{20}=1.61, k_1=9.72, k_2=7.08, A_1=1.12, A_2=0.19, \text{cost}=55.89 \text{ m€}$$

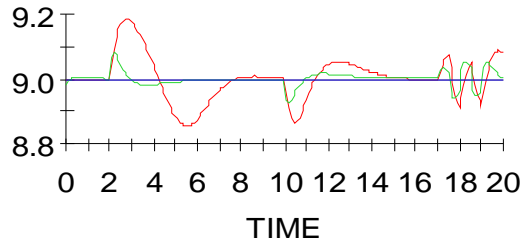
Evaluacion



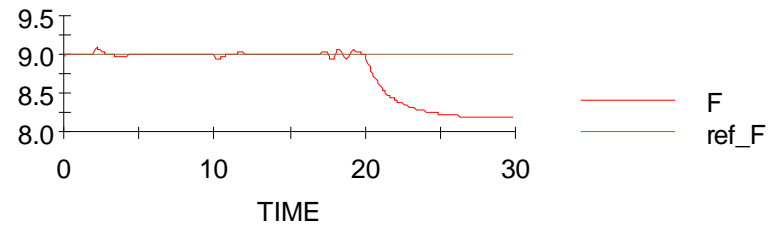
— q



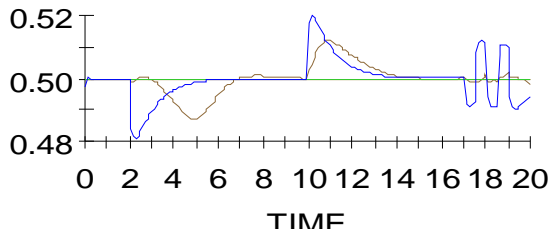
q_1 man



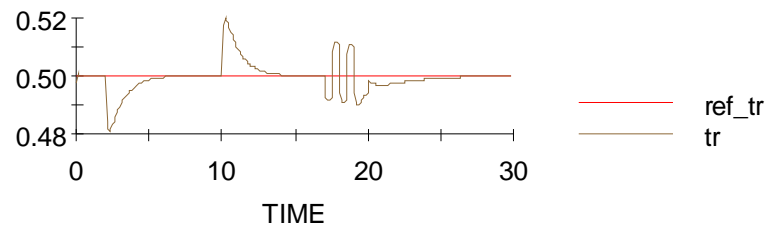
— F
— ref_F
— F -case 2
— ref_F-case 2



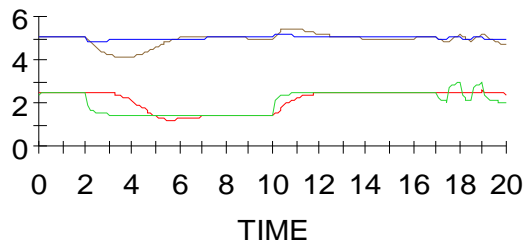
— F
— ref_F



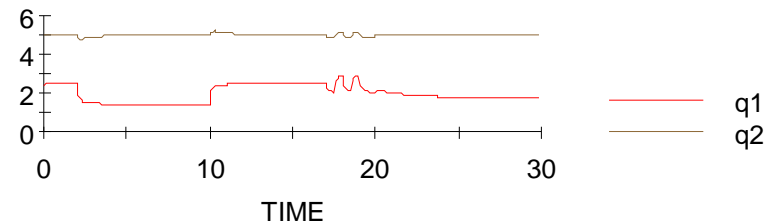
— ref_tr
— tr
— ref_tr-case 2
— tr -case 2



— ref_tr
— tr

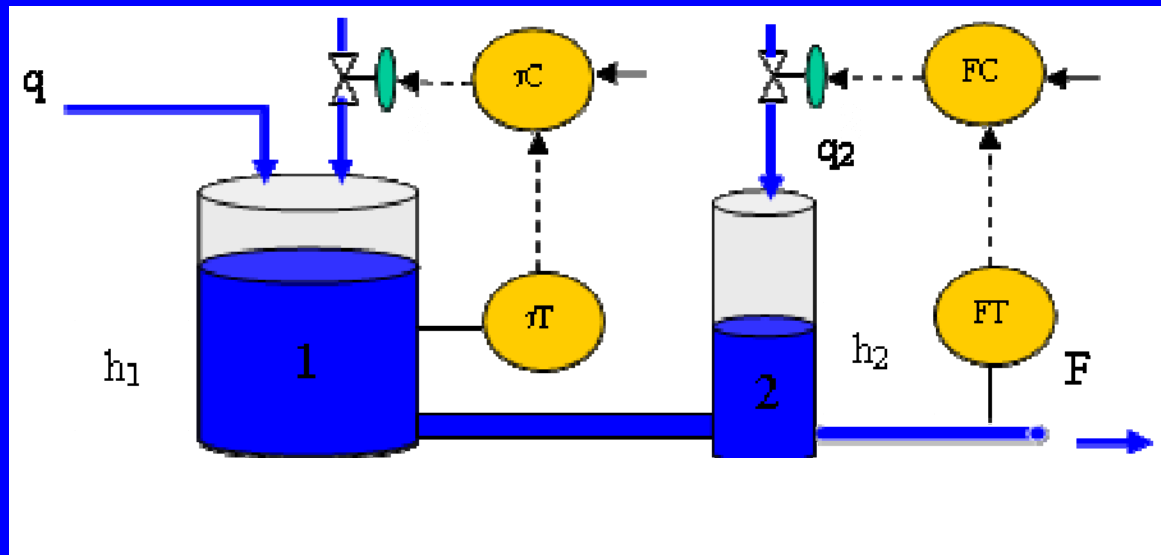


— q_1
— q_2
— q_1 -case 2
— q_2 -case 2



— q_1
— q_2

Diseño en lazo cerrado



Se fija una estructura de control y se añaden los parámetros de sintonía como nuevas variable de decisión.

Criterio dinámico: min ISE frente a perturbaciones en q

Diseño en lazo cerrado con el comportamiento dinámico

$$\min_{h_{10}, h_{20}, d_2, K_{p1}, K_{p2}, T_{i1}, T_{i2}} \left(\frac{4A_1}{\pi} \right)^{0.53} \left(1.25 \frac{h_{10}}{0.5} \right)^{0.802} + \left(\frac{4A_2}{\pi} \right)^{0.53} \left(1.25 \frac{h_{20}}{0.5} \right)^{0.802} +$$

$$+ \alpha_2 k_1 + \alpha_2 k_2 + \beta_1 \int_0^T e_1^2 dt + \beta_2 \int_0^T e_2^2 dt$$

$$A_1 \frac{d h_1}{d t} = q + q_1 - k_1 \sqrt{h_1 - h_2} \quad A_2 \frac{d h_2}{d t} = q_2 + k_1 \sqrt{h_1 - h_2} - k_2 \sqrt{h_2}$$

$$\tau = \frac{A_1 h_1}{k_1 \sqrt{h_1 - h_2}} \quad F = k_2 \sqrt{h_2} \quad e_1 = \text{ref}_\tau - \tau \quad e_2 = \text{ref}_F - F \quad (37)$$

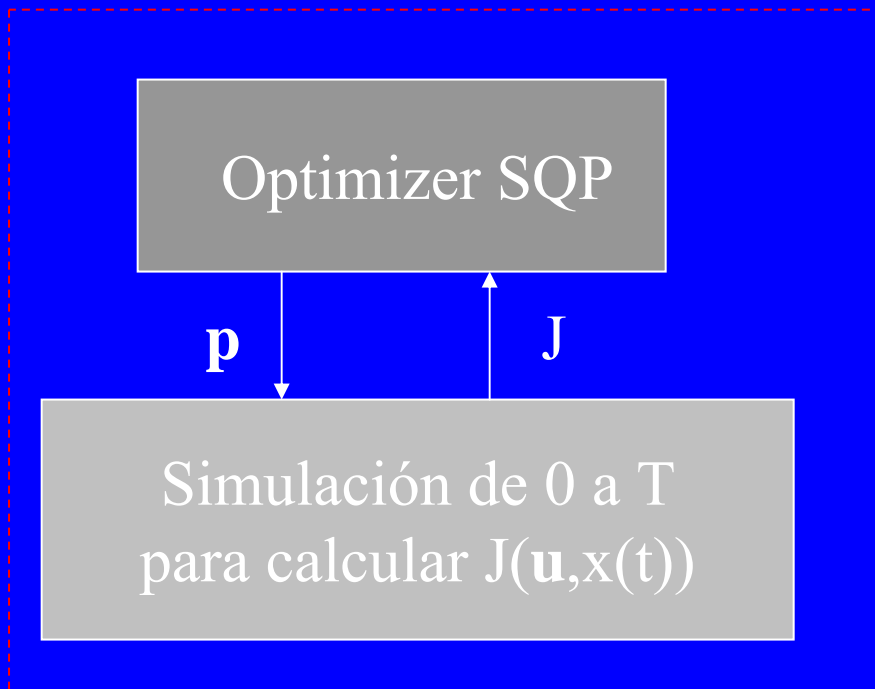
$$q_1 = K_{p1} \left(e_1 + \frac{1}{T_{i1}} \int_0^t e_1 dt \right) \quad q_2 = K_{p2} \left(e_2 + \frac{1}{T_{i2}} \int_0^t e_2 dt \right) \quad q = q(t)$$

$$k_1 = \frac{4}{\sqrt{h_{10} - h_{20}}} \quad k_2 = \frac{9}{\sqrt{h_{20}}} \quad A_1 = \frac{2}{h_{10}} = \frac{\pi d_1^2}{4} \quad A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$$

$$h_{\max} \geq h_{10} \geq h_{20} \geq h_{\min} \quad d_2 \geq d_{\min} \quad 5 \geq h_{10} / d_1 \geq 1 \quad 5 \geq h_{20} / d_2 \geq 1$$

$$10d_1 \geq h_1 \geq 0 \quad 10d_2 \geq h_2 \geq 0 \quad q_{1\max} \geq q_1 \geq 0 \quad q_{2\max} \geq q_2 \geq 0 \quad T_{ii} \geq 0$$

Solución secuencial



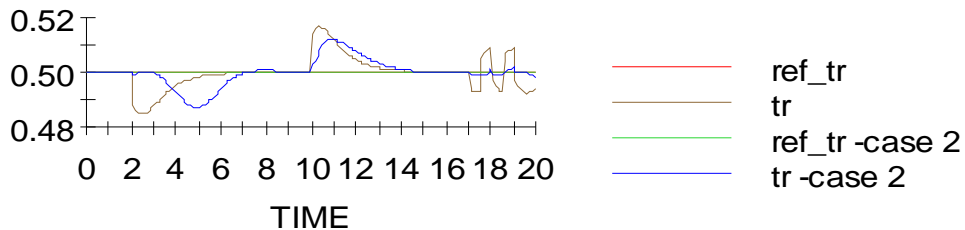
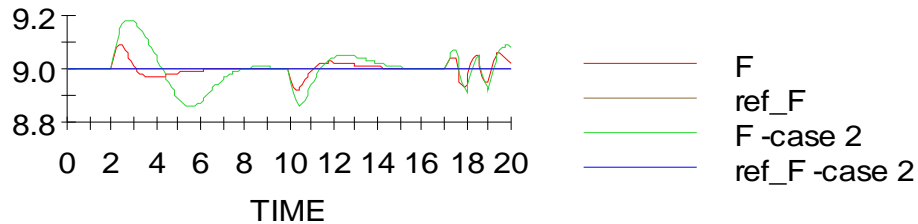
$$\min_p J(\mathbf{x}, \mathbf{p})$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p})$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \leq 0$$

También es posible una solución simultanea

Evaluación



$h_{10}=3.02.$, $h_{20}=2.39$, $k_1=5.03$, $k_2=5.82$, $A_1=0.66$, $A_2=0.38$,
 $k_{p1}=-36.02$, $T_{i1}=0.87$, $k_{p2}=1.99$, $T_{i2}=0.66$,
coste = 41.71 m€