Planificación y secuenciamiento de procesos por lotes

Prof. Cesar de Prada

ISA-UVA

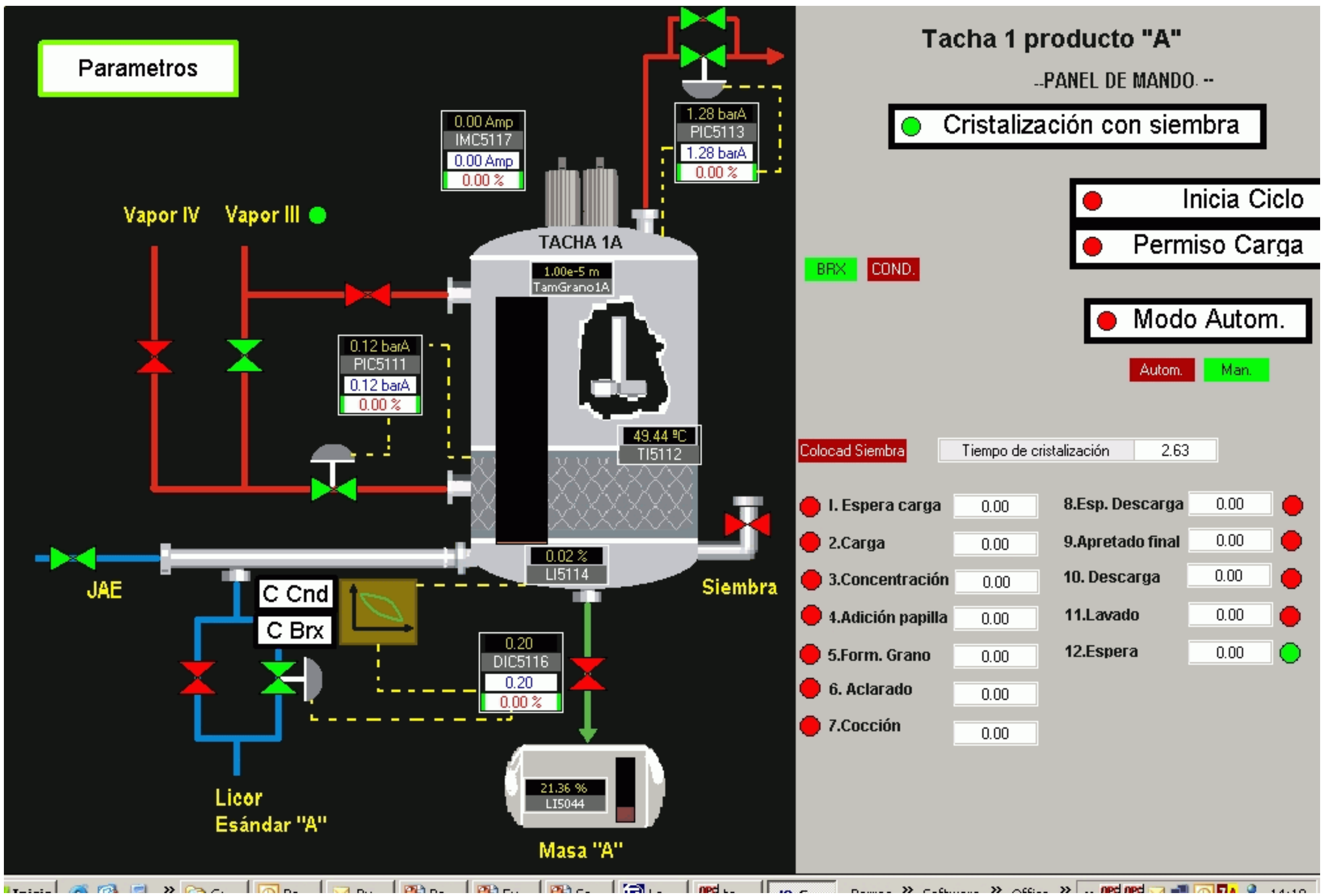
Indice

- Procesos y plantas batch
- Conceptos básicos de secuenciamiento
- Formulación de problemas de secuenciamiento
- Resolución por optimización
- Sigue un curso de Ignacio Grossmann

Plantas batch

- A medida que la fabricación de productos de alto valor añadido (químicos, farmaceúticos, alimentos, ciertos polímeros...) y producción limitada va generalizándose, tiene mas interés la fabricación en forma batch.
- Igualmente tiene creciente interés el reutilizar los equipos para fabricar distintos productos, dando lugar a fábricas flexibles multiproducto situadas cerca de los lugares de consumo.
- Esto plantea dos problemas:
  - La operación de cada unidad batch
  - Planificar y secuenciar la producción decidiendo qué productos se procesan, en qué equipos, en qué orden y los tiempos de inicio y fin de cada proceso.

Unidades batch



Operación

Carga

Secuencia de operaciones internas en la unidad

Descarga

Receta para la unidad

Basicamente problemas de control

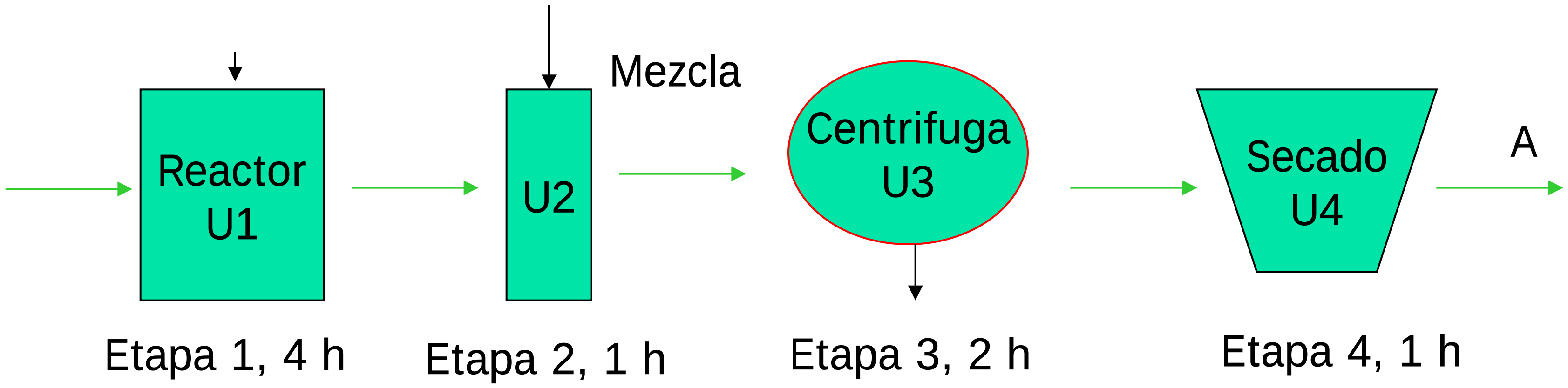
Plantas batch

Cuando se considera un conjunto de unidades batch, el problema fundamental es saber cuando arrancar y descargar cada una, de forma que se procese un determinado flujo de productos y se satisfagan las restricciones de energia, calidad, almacenamiento, etc

Fabricación monoproducto

Normalmente, la fabricación de un producto implica varias etapas que se llevan a cabo secuencialmente en varios equipos de acuerdo a una receta de fabricación.

Ejemplo:



En el ejemplo, la fabricación del producto A implica cuatro etapas (cada en una unidad de proceso) sucesivas empleando en cada una los tiempos indicados

Diagrama de Gantt

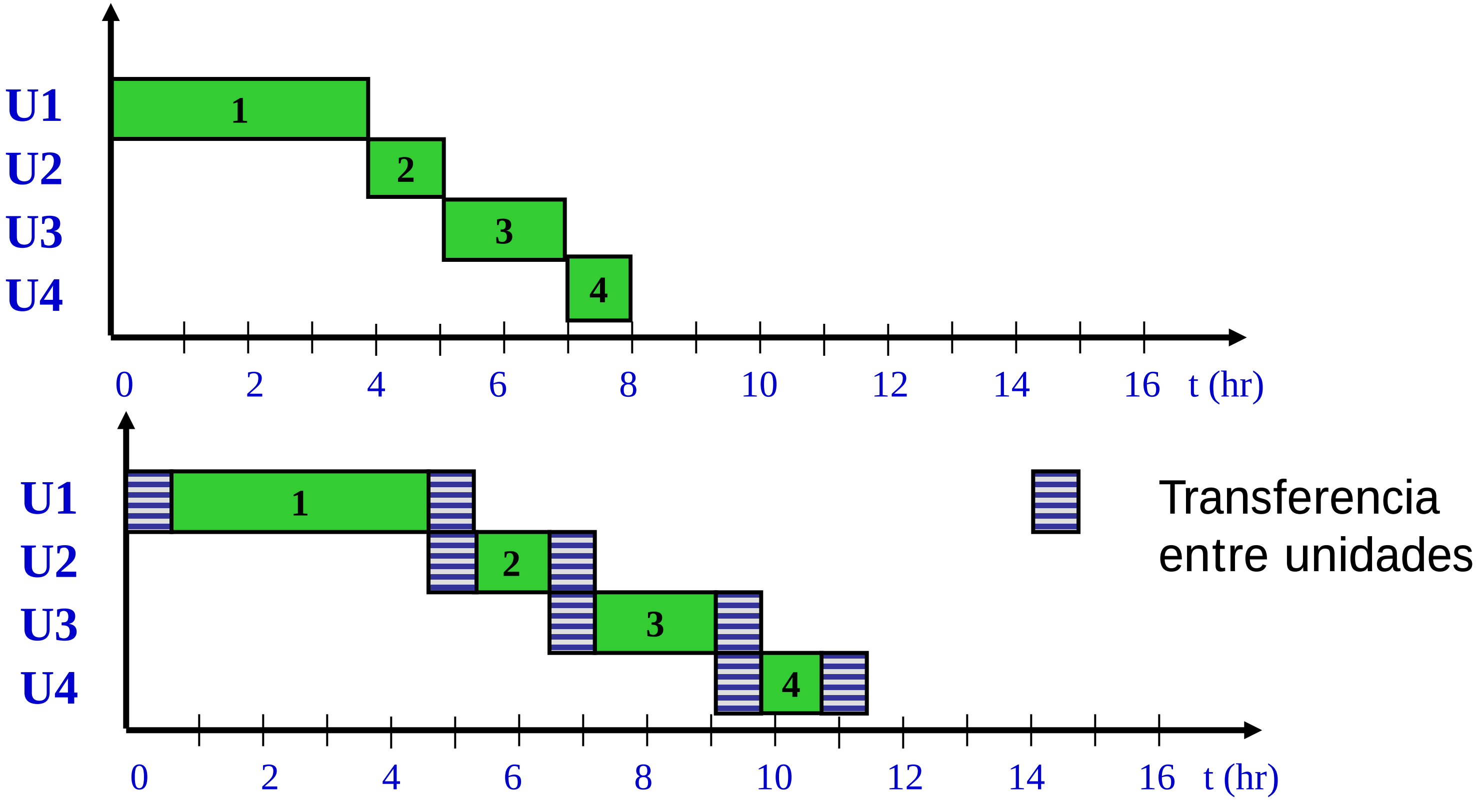
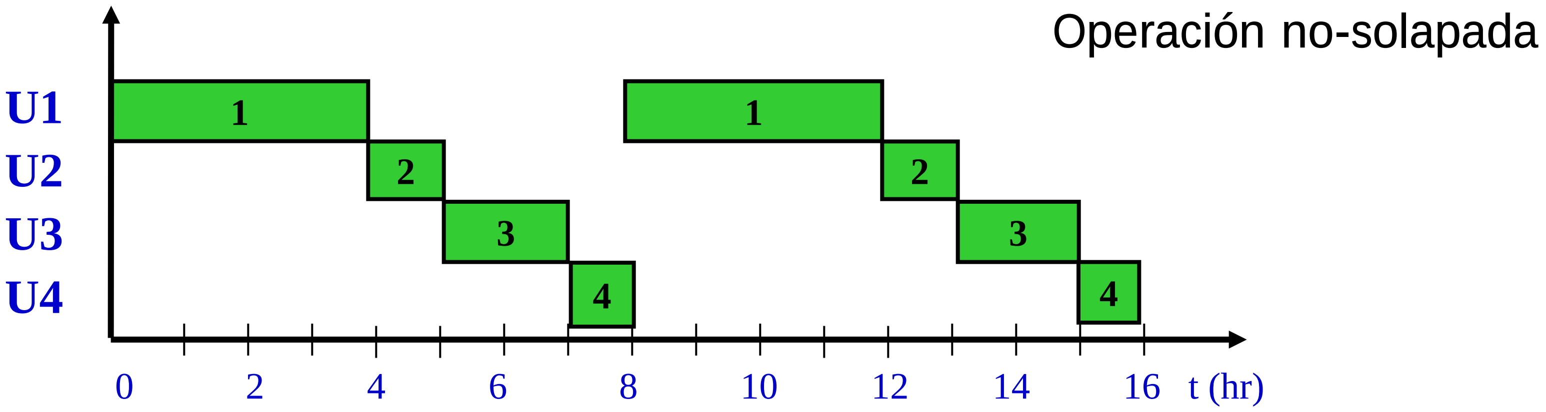
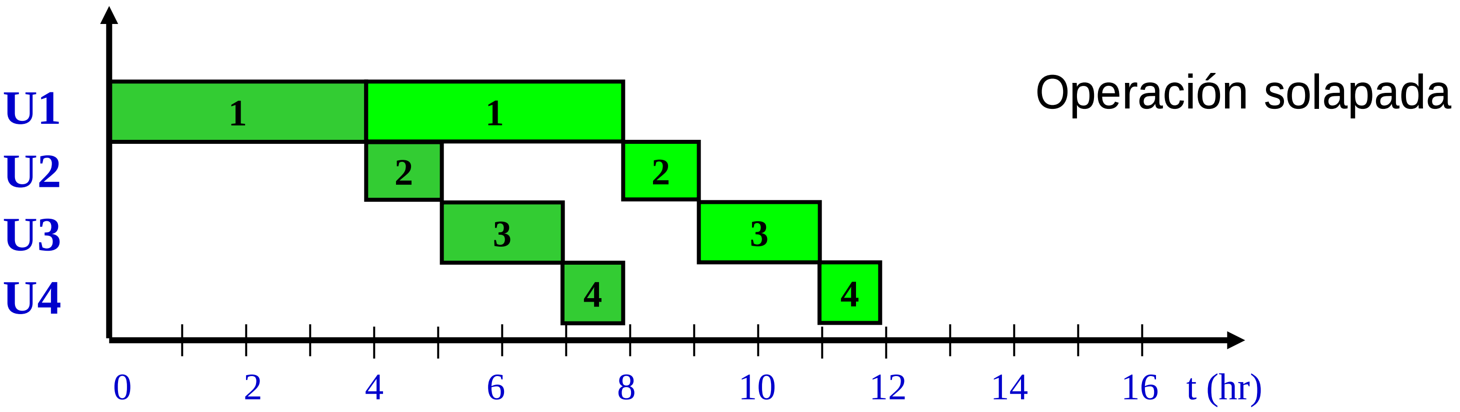
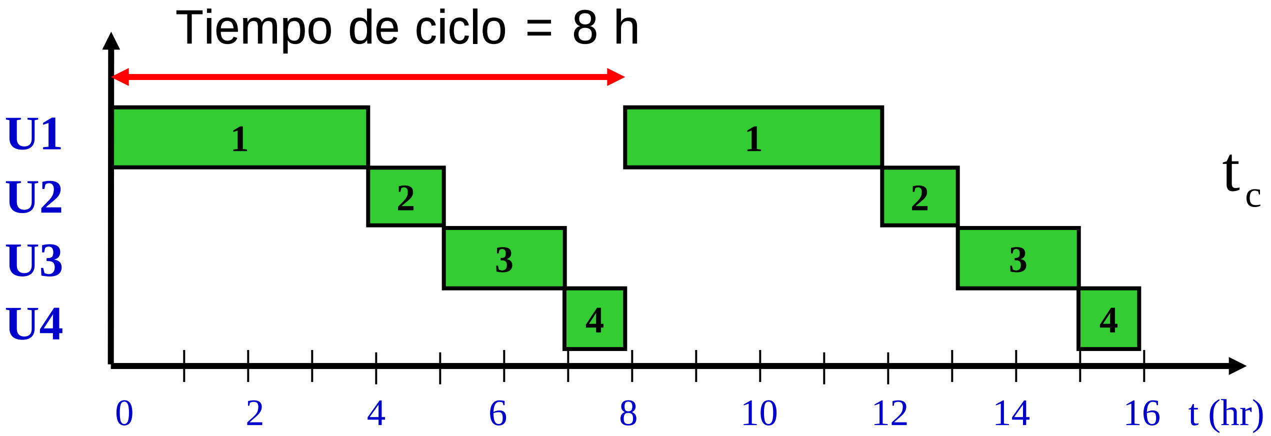


Diagrama de Gantt



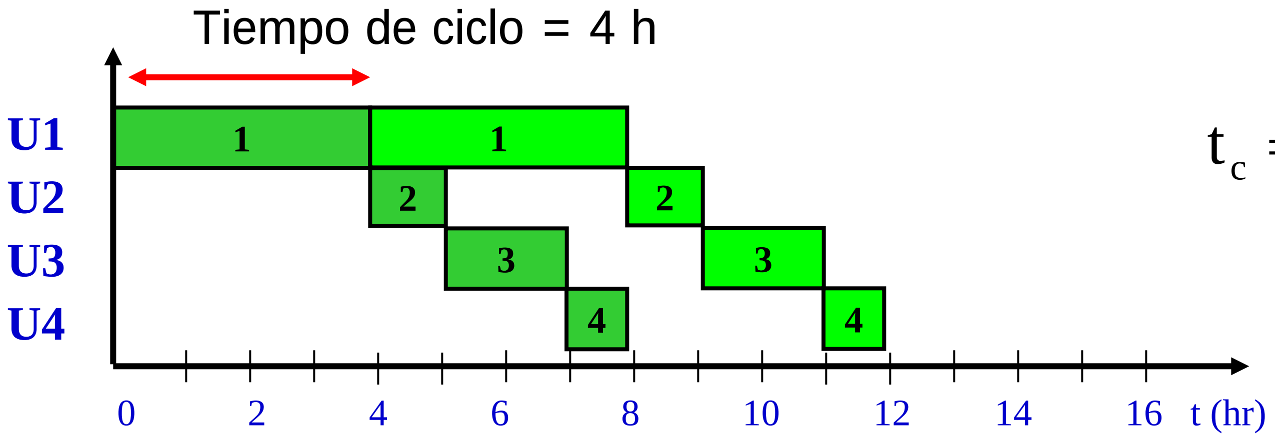


Tiempo de ciclo (Cycle Time)



$$t_c = \sum_{j=1}^{M} \tau_j$$

M = nº de etapas



$$t_c = \max_{j=1,M}\{\tau_j\}$$

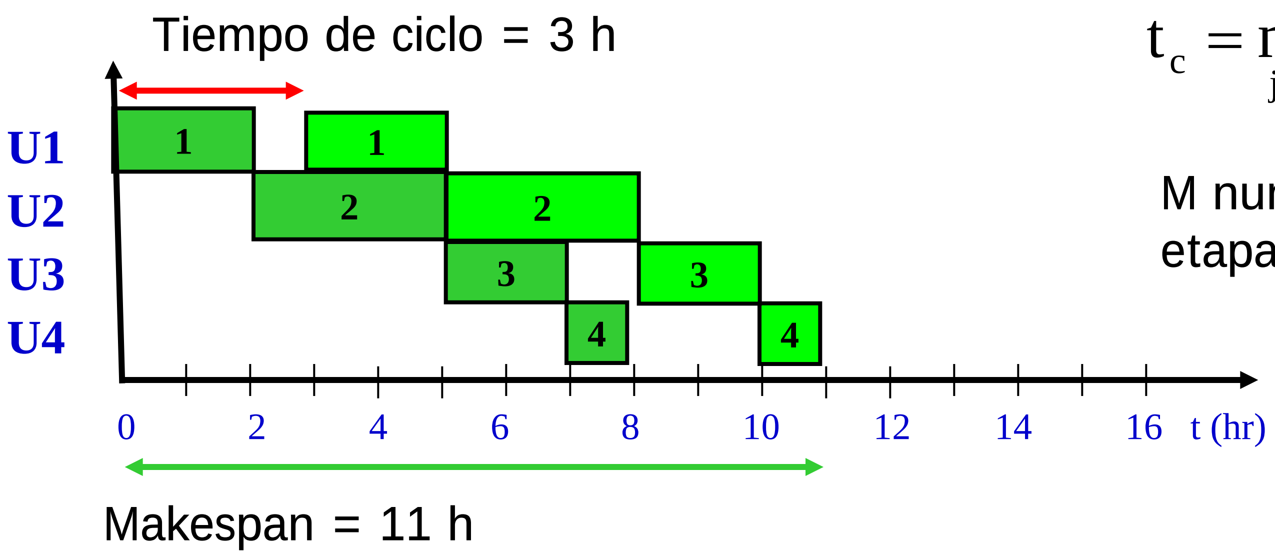
Intervalo de tiempo entre el comienzo de dos ciclos

Tiempo de ciclo

Otro ejemplo con tiempos diferentes en las etapas 1 y 2

Tiempo de proceso en la unidad:

U1= 2h , U2 = 3h, U3 = 2h, U4 = 1h



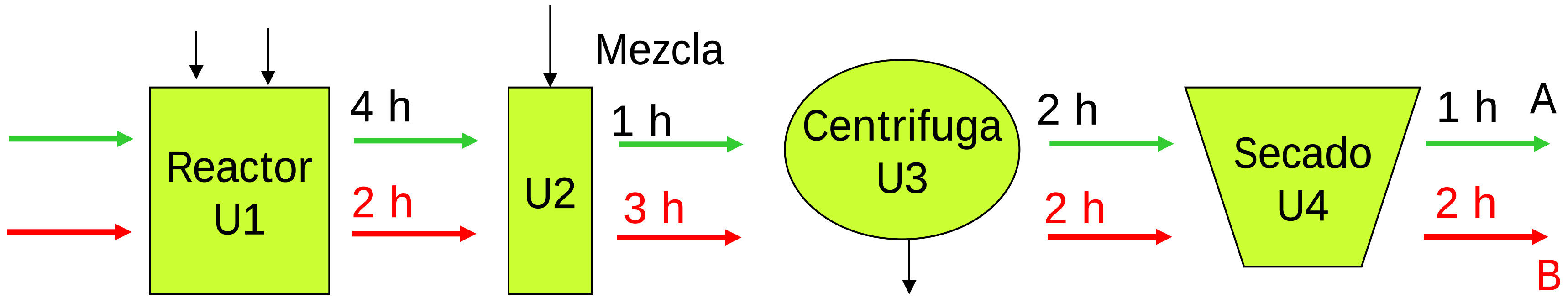
$$t_c = \max_{j=1,M}\{\tau_j\}$$

M numero de etapas

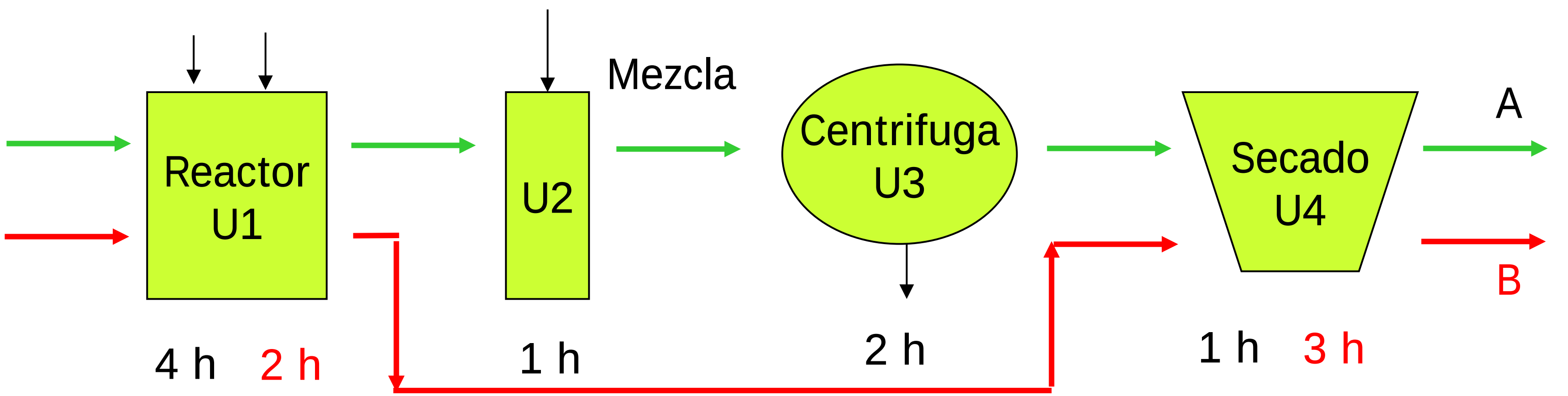
Makespan: Tiempo total empleado en producir un numero de lotes (ejemplo: 2)

Fabricación de varios productos

Planta tipo **flowshop**: cada producto usa todas las etapas siguiendo la misma secuencia (plantas **multiproducto**)



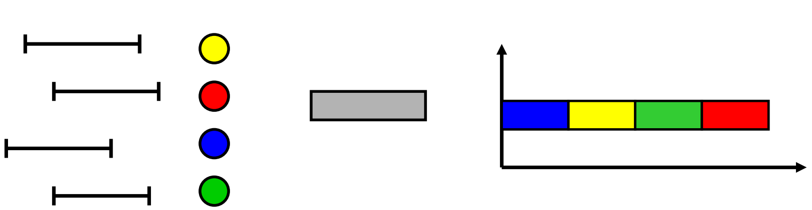
Planta tipo **jobshop**: no todos los productos usan todas las etapas y/o siguen la misma secuencia (plantas **multiproposito**)



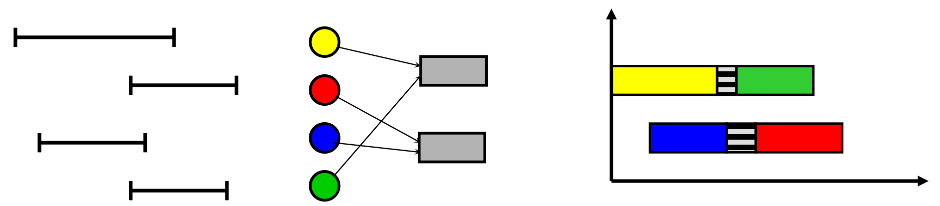
Fabricación de varios productos

Puede haber varias maquinas o unidades en cada etapa

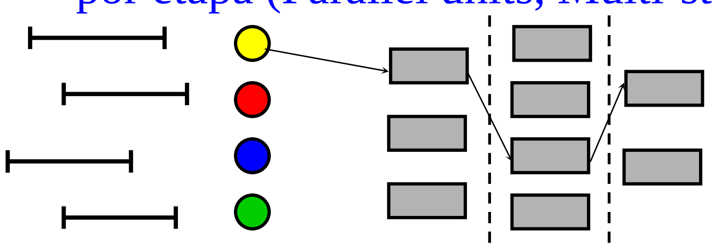
una maquina o unidad



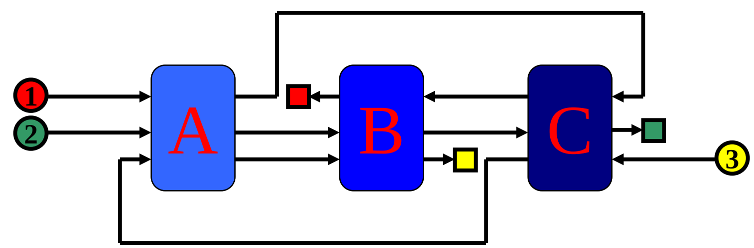
Multiples maquinas o unidades una etapa (Single-stage)



Flow-shop con multiples unidades por etapa (Parallel units, Multi-stage)



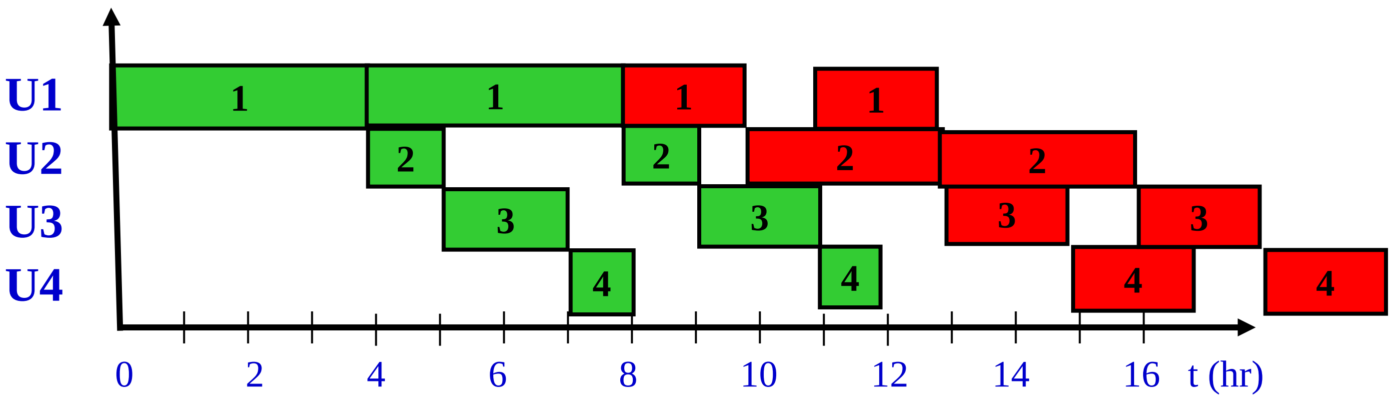
Job-shop



Todos los productos requieren usar todas las etapas siguiendo la misma secuencia

No todos los productos requieren usar todas las etapas y/o seguir la misma secuencia

Ejemplo, dos productos



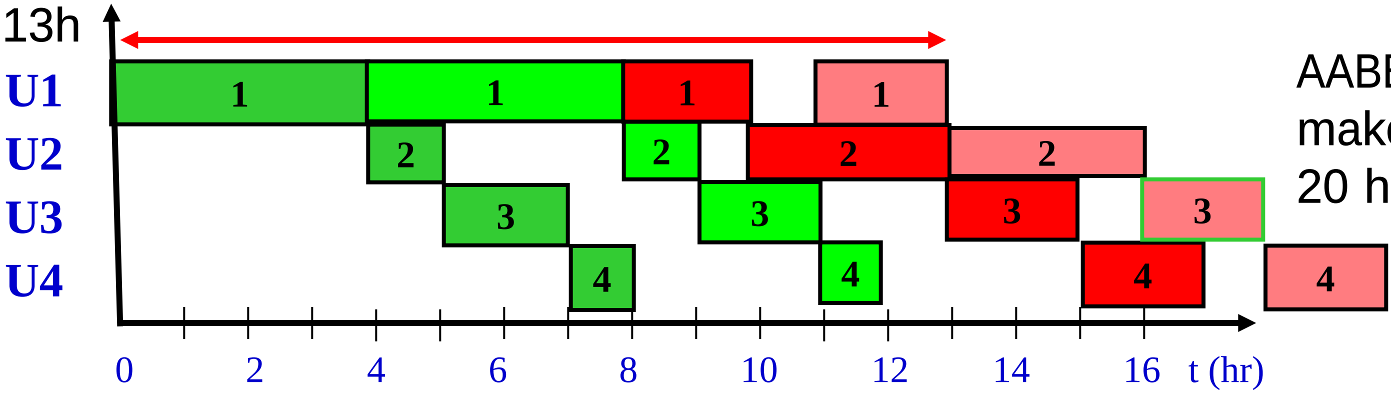
Campaña: Fabricación de un numero determinado de lotes de los distintos productos

Ejemplo: Campaña AABB

Tipos de campañas

Tiempo de ciclo de la campaña 13h

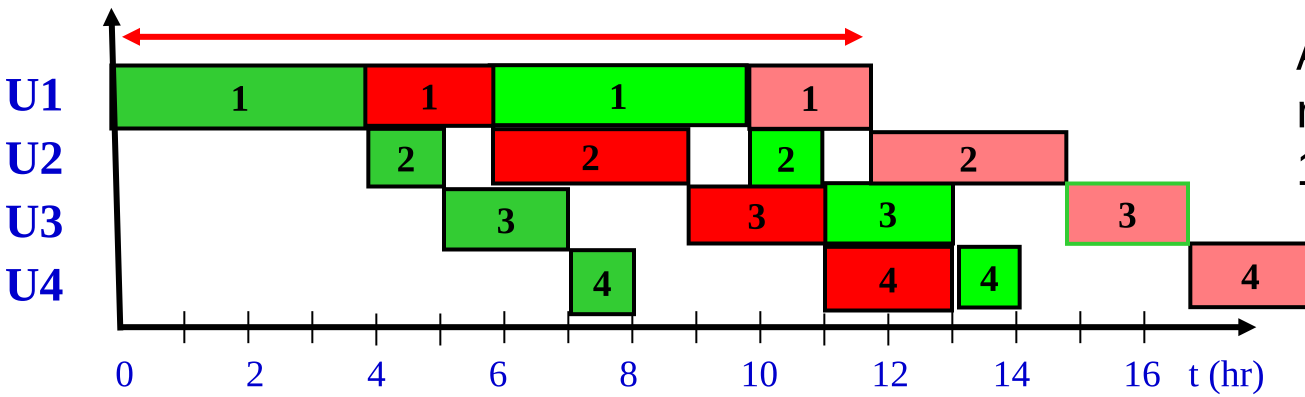
Producto único (single product campaign **SPC**)



AABB
makespan
20 h

Tiempo de ciclo de la campaña 12h

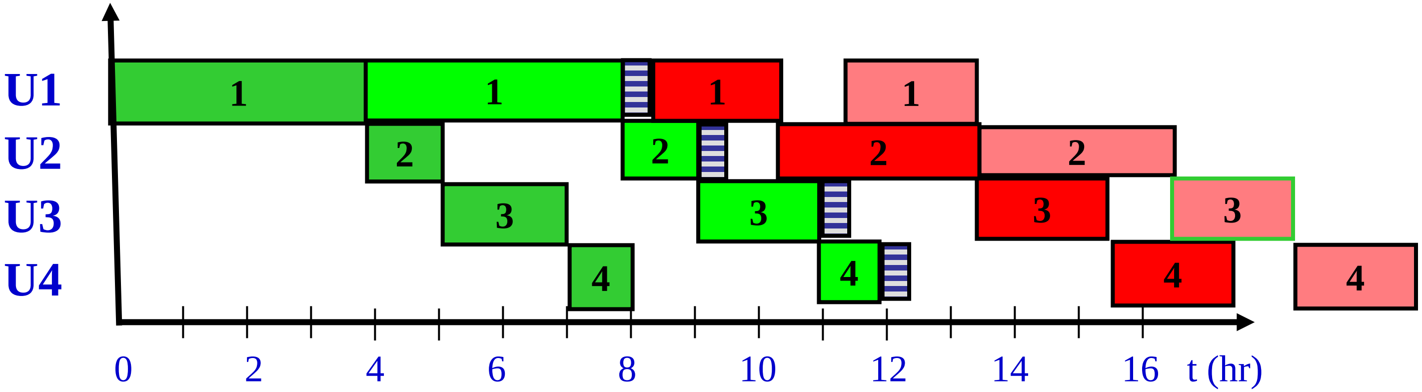
Productos mezclados (mixed product campaign **MPC**)

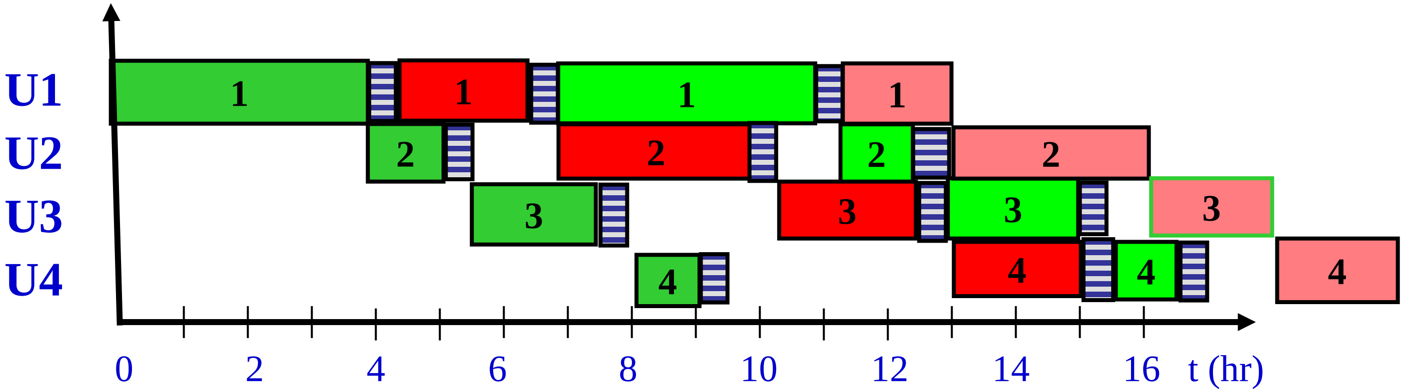


ABAB
makespan
19 h

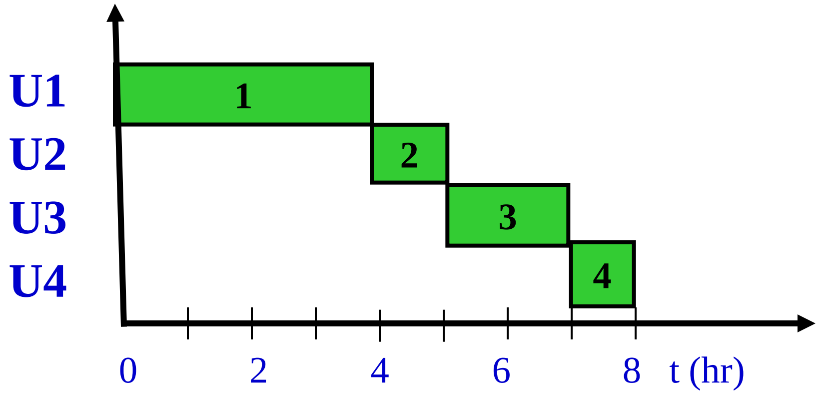
Tipos de campañas

En general las campañas de productos mezclados MPC son mas eficaces, pero esto puede cambiar si se consideran los tiempos de limpieza necesarios asociados al cambio de productos





Tipos de almacenamiento



•Transferencia sin espera: No existe almacenamiento intermedio y el producto no puede mantenerse mas tiempo en la unidad (ZW zero wait)

•Almacenamiento en la etapa: No existen tanques de almacenamiento intermedio pero el producto puede mantenerse en la unidad (NIS non-intermediate storage)

•Almacenamiento intermedio ilimitado: Existen tanques para almacenamiento intermedio de capacidad ilimitada (UIS unlimited intermediate storage)

$$t_c = \max_{j=1,M} \sum_{i=1}^{N} n_i \tau_{ij}$$

De una campaña

n_i, nº de lotes del producto i

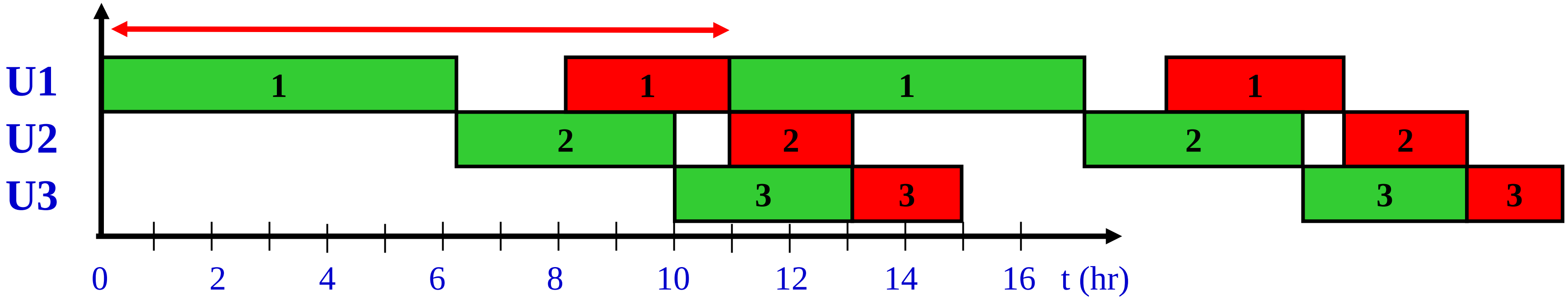
M, nº de etapas

Ejemplo

Producto	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
A	6	4	3
B	3	2	2

Campaña ABAB

Tiempo de ciclo 11h



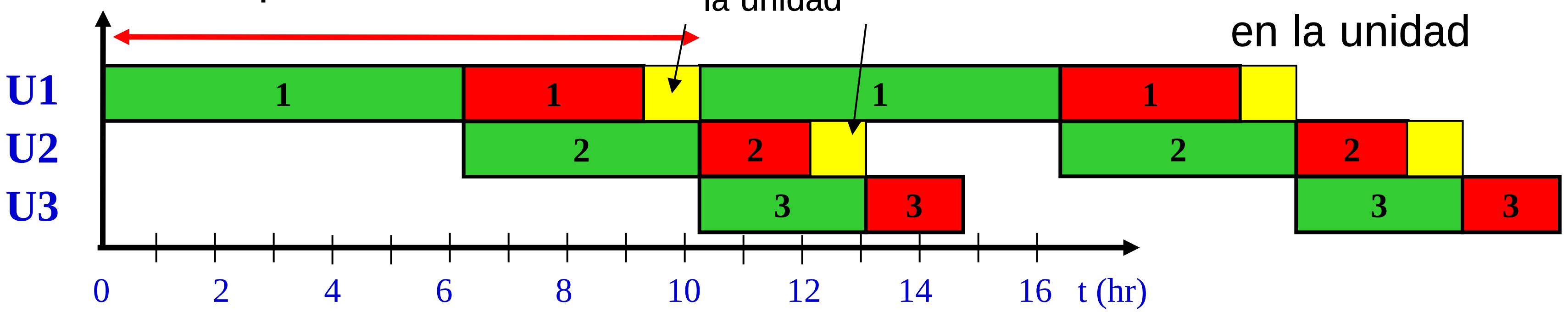
Transferencia sin espera

Ejemplo

Tiempo de ciclo 10h

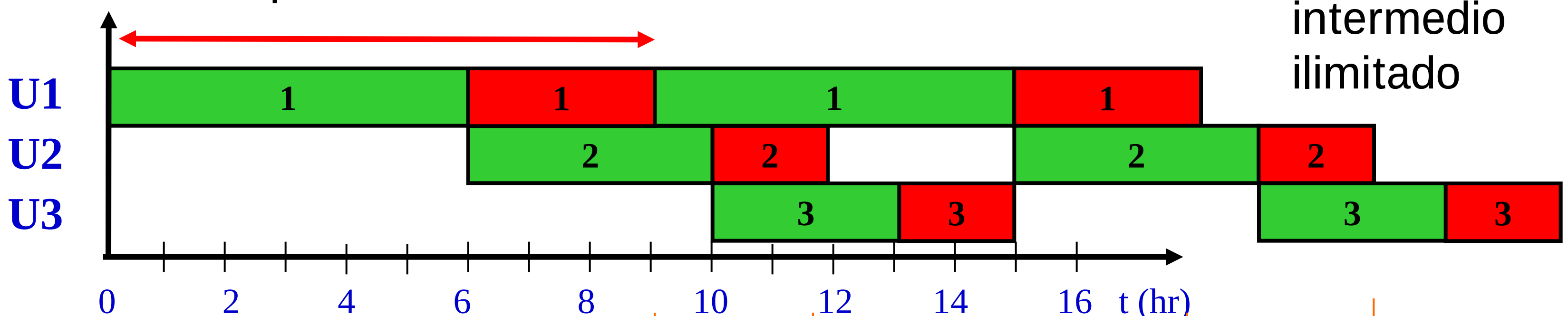
almacenamiento en la unidad

almacenamiento en la unidad



Tiempo de ciclo 9h

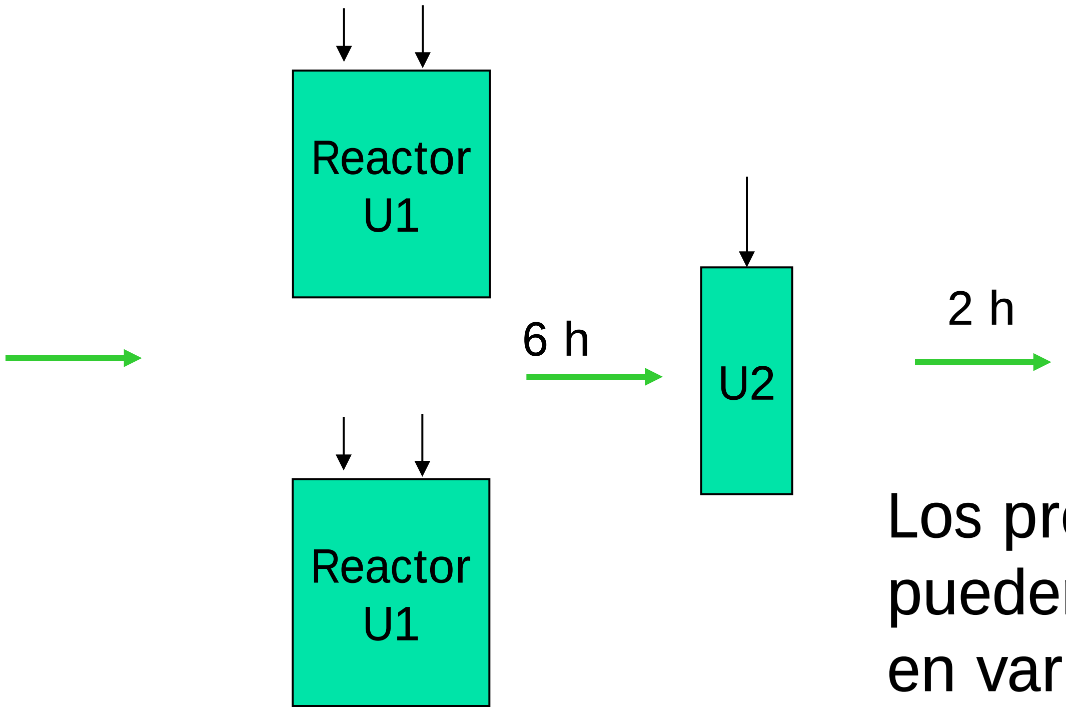
almacenamiento intermedio ilimitado



Max (6+3, 4+2, 3+2)

almacen

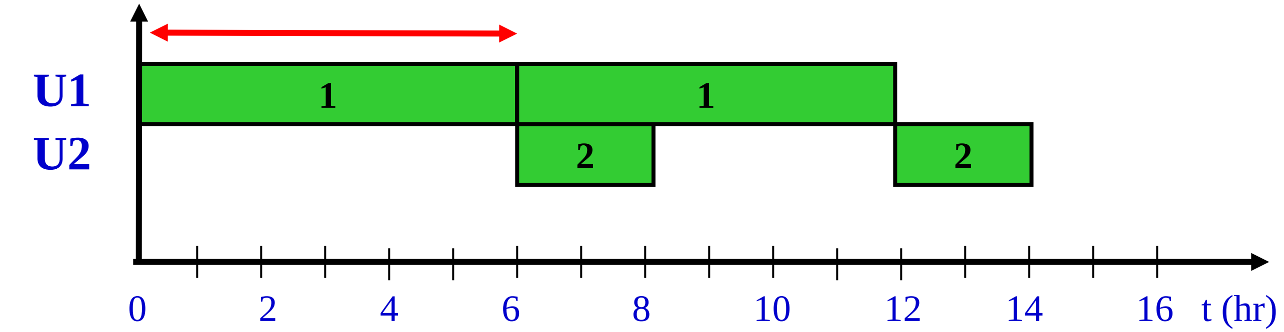
Unidades paralelas



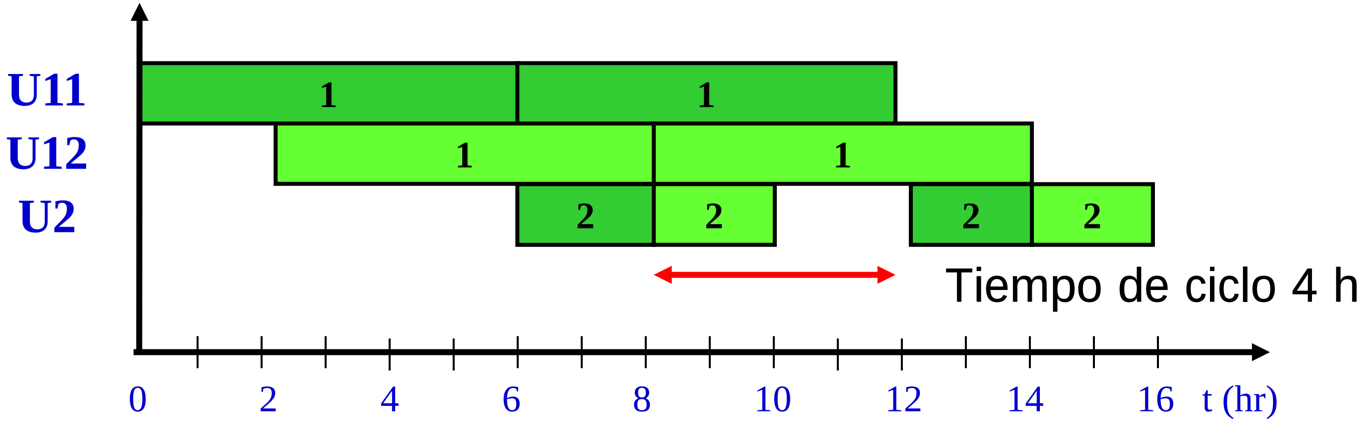
Los productos pueden procesarse en varias unidades similares en cada etapa

Unidades paralelas

Tiempo de ciclo 6 h



Sin unidades paralelas

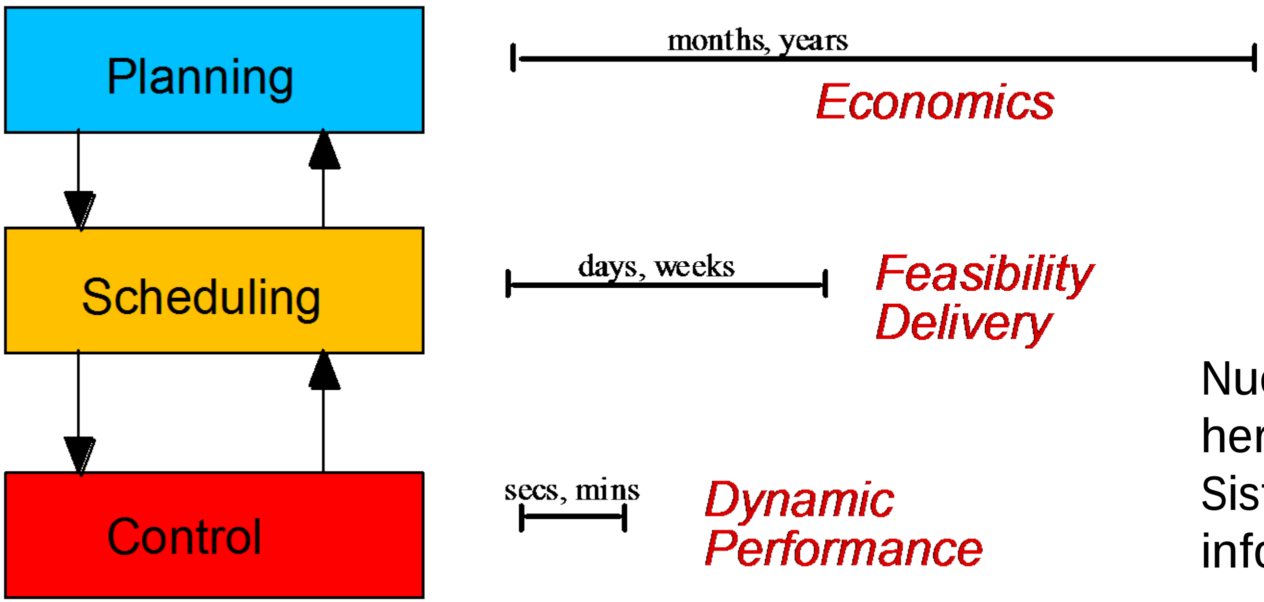


Con dos unidades unidades paralelas en la etapa 1

Planificación y secuenciamiento

- Planning and Scheduling
- Fuerte demanda industrial
- Potencial para optimizar
- Problemas:
  - Como modelar
  - Como plantear la solución en términos de optimización
  - Como resolver el problema de optimización

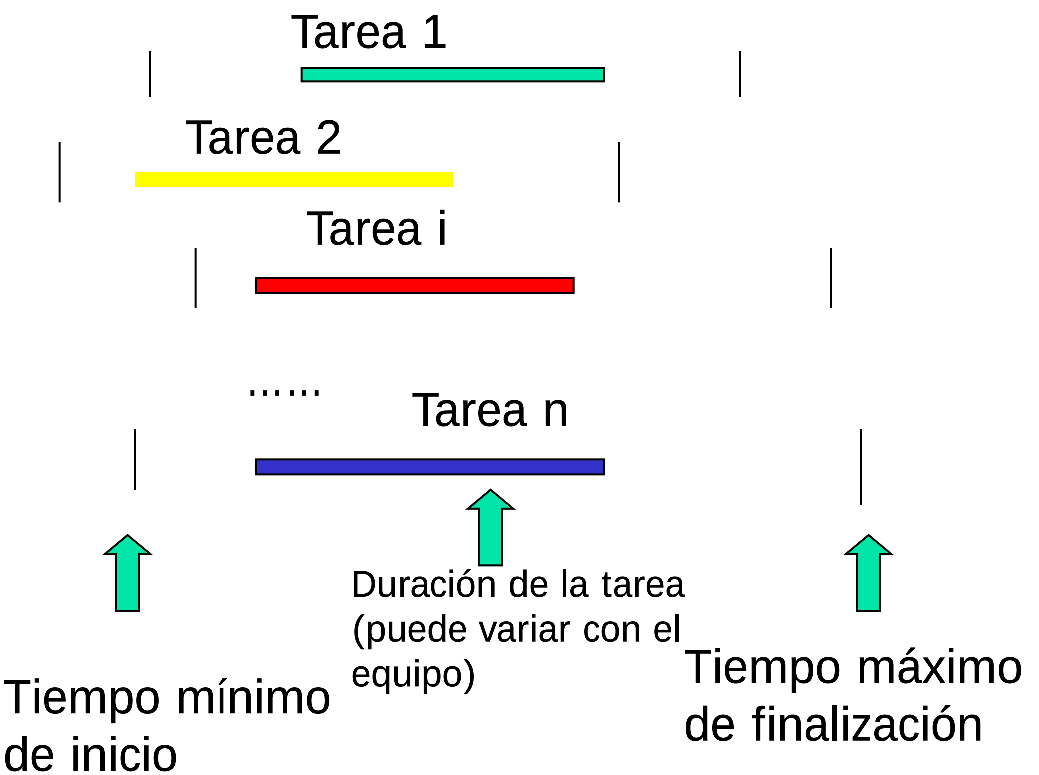
Planificación y secuenciamiento

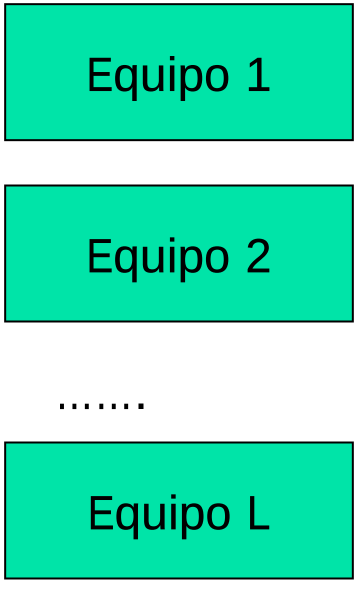


Nuevas herramientas: Sistemas de informacion + RTO

Decisiones jerarquicas multinivel con diferentes modelos, escalas de tiempo e incertidumbre

Secuenciamiento mono-etapa multiproducto



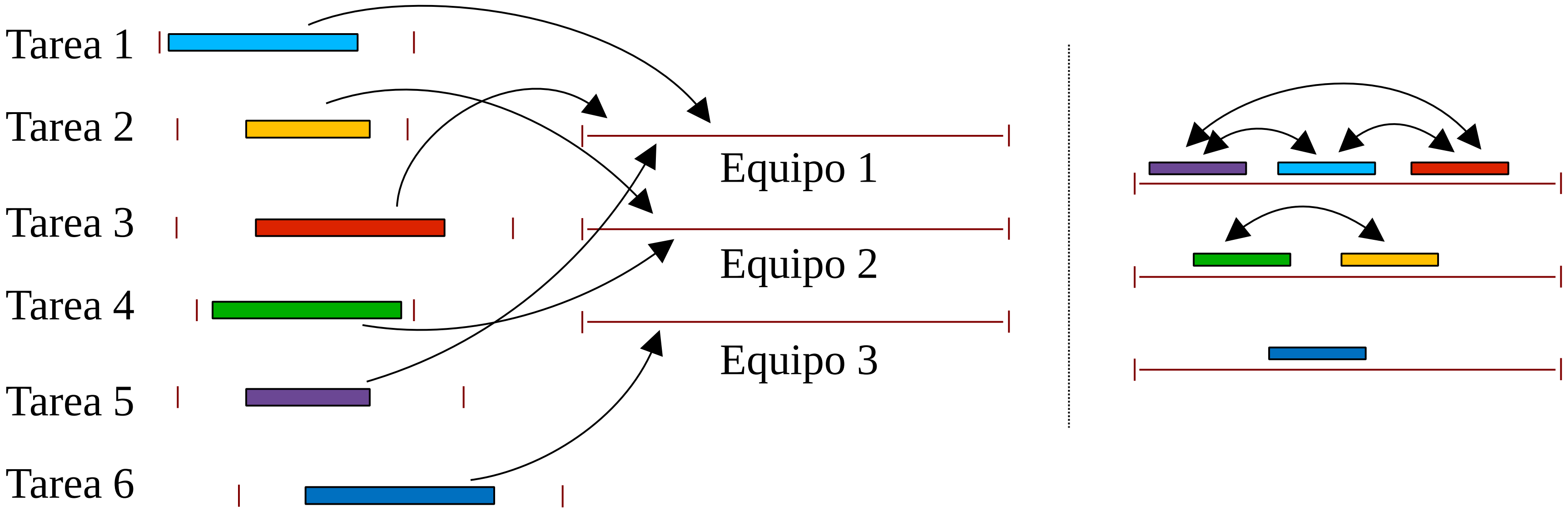


Tareas correspondientes a los n productos

L equipos similares para realizar las tareas pero, quizas, con costos diferentes

Asignación y secuenciamiento

Asignar cada tarea a un equipo, y el orden y tiempo de ejecución en los mismos, de forma que se cumplan las restricciones de tiempos y se minimizen costos



Asignación

Secuenciamiento en la unidad

Asignación MILP

$$y_{im} = \begin{cases} 1 \text{ si se asigna la tarea i a la unidad m} \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

I conjunto de tareas

M Conjunto de equipos

$$\min_{y_{im}, t_i} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M} C_{im} y_{im}$$

Costo

$$s.t. \quad t_i \geq r_i$$

Tiempo comienzo t_i

$$t_i + \sum_{m \in M} p_{im} y_{im} \leq d_i \quad \forall i \in I$$

$$\sum_{m \in M} y_{im} = 1 \quad \forall i \in I$$

Asignación a una unidad

$$\sum_{i \in I} y_{im} p_{im} \leq \max_i \{d_i\} - \min_i \{r_i\} \quad \forall m \in M$$

Suma de tiempos de tareas en una unidad m

r_i tiempo mínimo de inicio

d_i tiempo máximo de finalización

p_{im} duración de la tarea i en el equipo m

C_{im} costo de la tarea i en el equipo m

t_i tiempo de inicio de la tarea i en un equipo

Asignación con otras restricciones

Dadas N tareas (*i*) and M equipos (*m*)

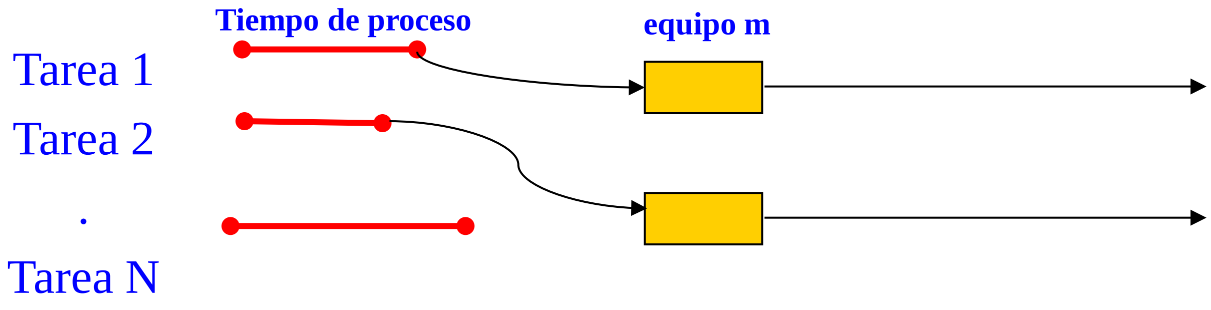
Tareas con tiempos fijos de proceso p_{im}

F_i ={*m* | conjunto de equipos que pueden realizar la tarea *i*}

N ={ (i_1,i_2) las tareas i_1 e i_2 no se pueden realizar en el mismo equipo}

No hay tiempos de comienzo y finalización pero si duración de las tareas

¿Como asignar las tareas a los equipos para minimizar el tiempo total de procesar todas ellas *W*?



Formulación MILP

$$y_{im} = \begin{cases} 1 \text{ si se asigna la tarea i a la unidad m} \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

$$\min_{y_{im}, W} \quad W$$

Min Makespan

$$\sum_i y_{im} p_{im} \leq W \qquad m \in M$$

El makespan es una cota superior para cada equipo *m*

$$\sum_{m \in F_i} y_{im} = 1 \qquad i \in I$$

Cada tarea *i* a un equipo posible *m*

$$y_{i_1 m} + y_{i_2 m} \leq 1 \qquad i_1, i_2 \in N$$

Asignaciones prohibidas

$$0 \leq W \leq W_{max}$$

$$y_{im} \in \{0,1\}, \quad y_{im} = 0 \quad m \notin F_i$$

I conjunto de tareas

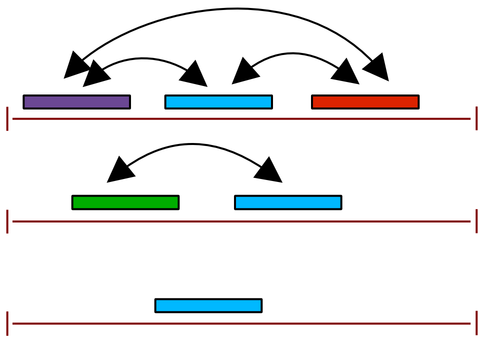
M Conjunto de equipos

F_i conjunto de equipos que pueden realizar la tarea i

p_{im} duración de la tarea i en el equipo m

W makespan

Secuenciamiento en cada equipo



$$z_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si la tarea i precede a la j en la unidad m} \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{im} = \begin{cases} 1 \text{ si se asigna la tarea i a la unidad m} \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

$$\boxed{Si\ y_{im}\ \ e\ \ y_{jm}\ \ son\ ciertas \Rightarrow \ \ z_{ij}\ \acute{o}\ \ z_{ji}\ \ son\ ciertas}$$

z_{ij} y z_{ji} no pueden ser ciertas simultáneamiente

$$1 \geq z_{ij} + z_{ji} \geq y_{im} + y_{jm} - 1 \ \ \forall i, j \in I,\ i > j,\ \ m \in M$$

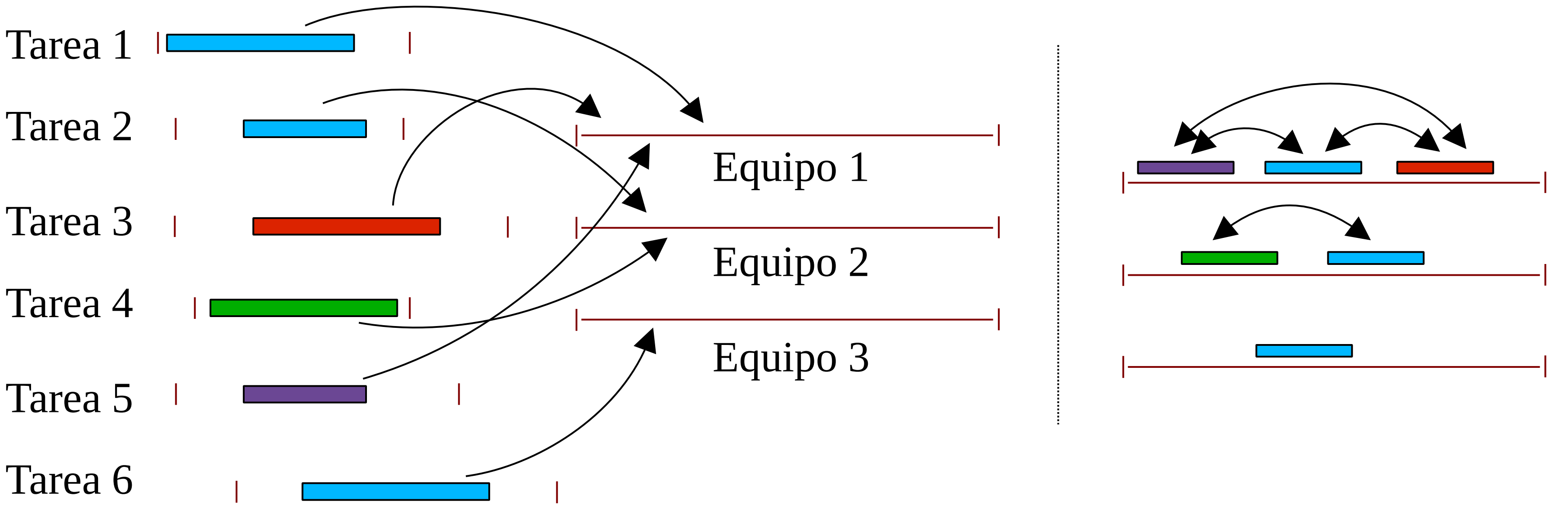
$$\boxed{Si\ \ z_{ij} = 1\ entonces\ t_j\ \geq\ t_i + p_{im}}$$

$$t_j \geq\ t_i + \sum_{m \in M} p_{im} y_{im}\ - M(1 - z_{ij})\ \ \forall i, j \in I,\ i \neq j$$

Big-M Constraint

$$y_{im} = \{0,1\},\ \ z_{ij} = \{0,1\}, \qquad t_i \geq 0$$

Resultados

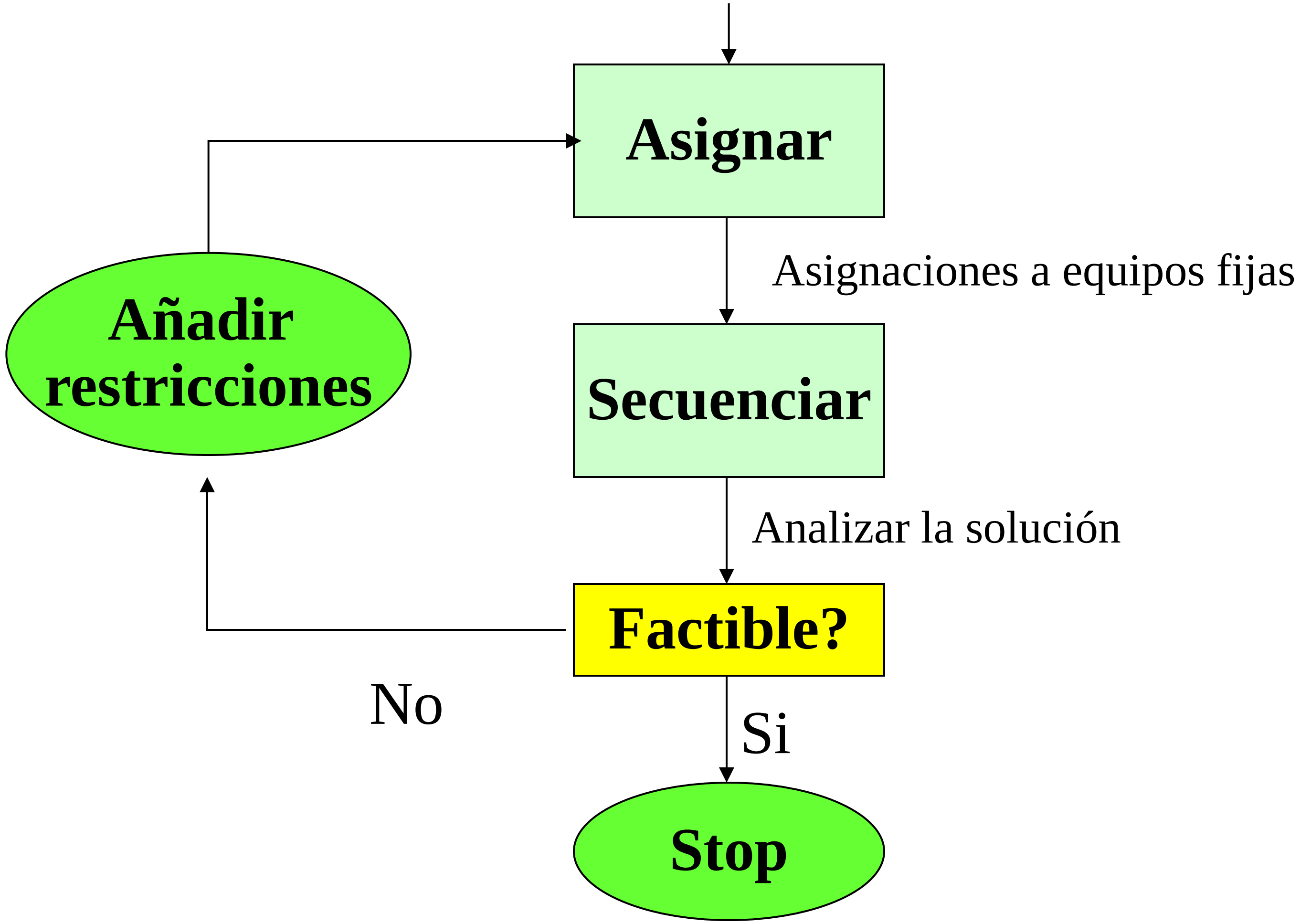


Asignación

Secuenciamiento en la unidad

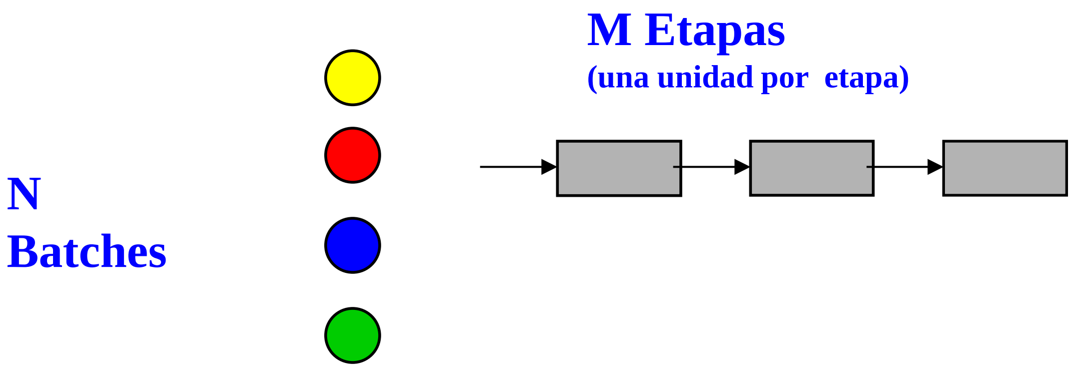
MILP	**3 tasks, 2 units**	**0.04 sec**
CPLEX 6.5	**12 tasks, 3 units**	**926 sec**
(Grossmann)	**20 tasks, 5 units**	**18,000 sec**

Dos problemas



Secuenciamiento cíclico

Birewar, Grossmann (1990)

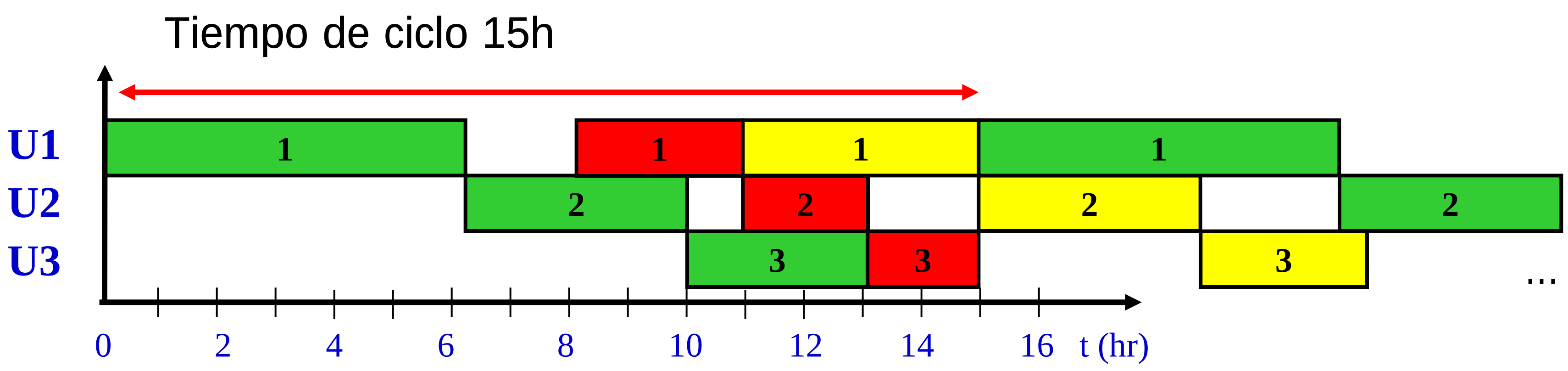


Dados N Batches (tareas) con tiempos de procesado p_{im}

y tiempos muertos de cambio del producto i al j en la etapa m s_{ijm}

Encontrar la secuencia óptima que minimiza el tiempo de ciclo

Secuenciamiento cíclico en una planta tipo flowshop (ZW)

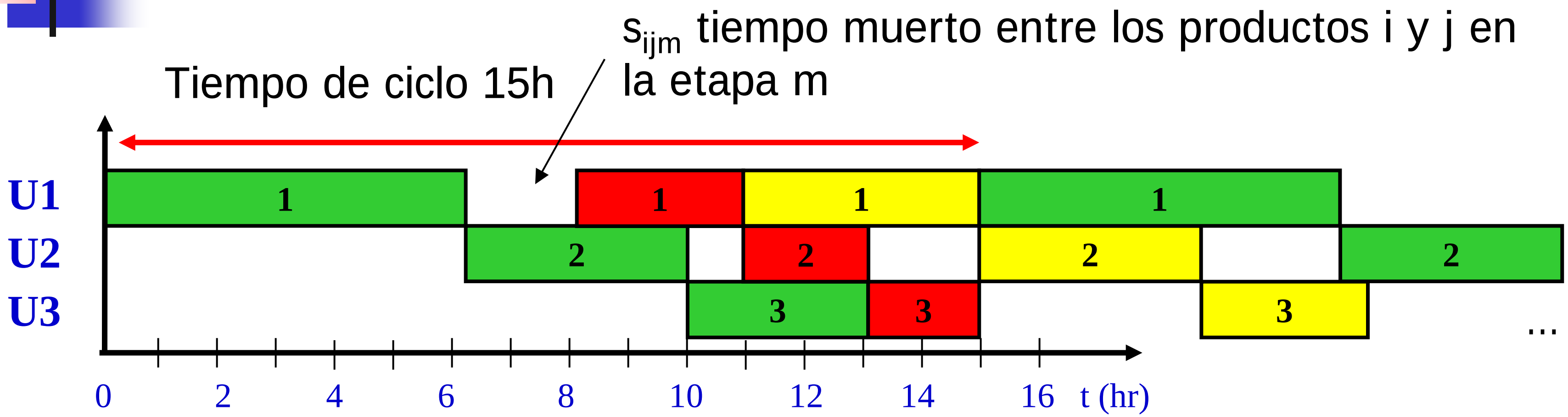


¿En que orden deben procesarse los lotes si tenemos N productos?

Dado su carácter cíclico, basta resolver el problema para el primer ciclo

Un criterio puede ser escoger el orden para minimizar el tiempo de ciclo.

Tiempo de ciclo (ZW)



El tiempo de ciclo puede calcularse sobre la primera etapa sumando los tiempos de proceso de todos los productos en esa etapa y los tiempos muertos entre productos

$$CT = \sum_{i=1}^{N} p_{i1} + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} s_{ij1} y_{ij} \qquad y_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si el producto i va seguido del producto j} \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

Secuencia óptima en cada equipo

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si el producto i va seguido del producto } j \\ 0 \text{ en caso contrario} \end{cases}$$

$$\min_{y} \sum_{i=1}^{N} p_{i1} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} s_{ij1} y_{ij}$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^{N} y_{ij} = 1 \quad j = 1, \ldots, N$$

$$\sum_{j=1}^{N} y_{ij} = 1 \quad i = 1, \ldots, N$$

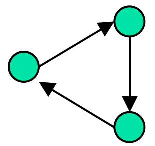
$$s_{ii1} = \infty$$

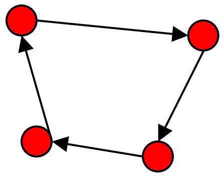
Para asegurar que no hay sub-secuencias aisladas:

$$\sum_{i \in Q} \sum_{j \in \overline{Q}} y_{ij} \geq 1 \quad \forall Q$$

$$Q \subseteq B, \;\; Q \neq \varnothing$$

$$B = \{1, 2, \ldots, N\}$$





Para todo subconjunto Q de B

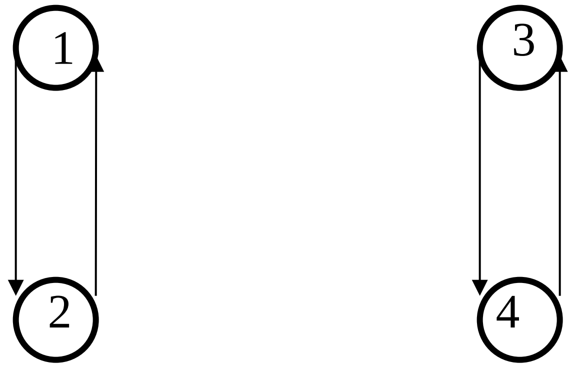
Sub-secuencias

Si no se imponen las restricciones adicionales, las restricciones de asignación

$$\sum_{i=1}^{N} y_{ij} = 1 \quad j = 1,\ldots,N$$

$$\sum_{j=1}^{N} y_{ij} = 1 \quad i = 1,\ldots,N$$

pueden cumplirse, pero con subsecuencias aisladas

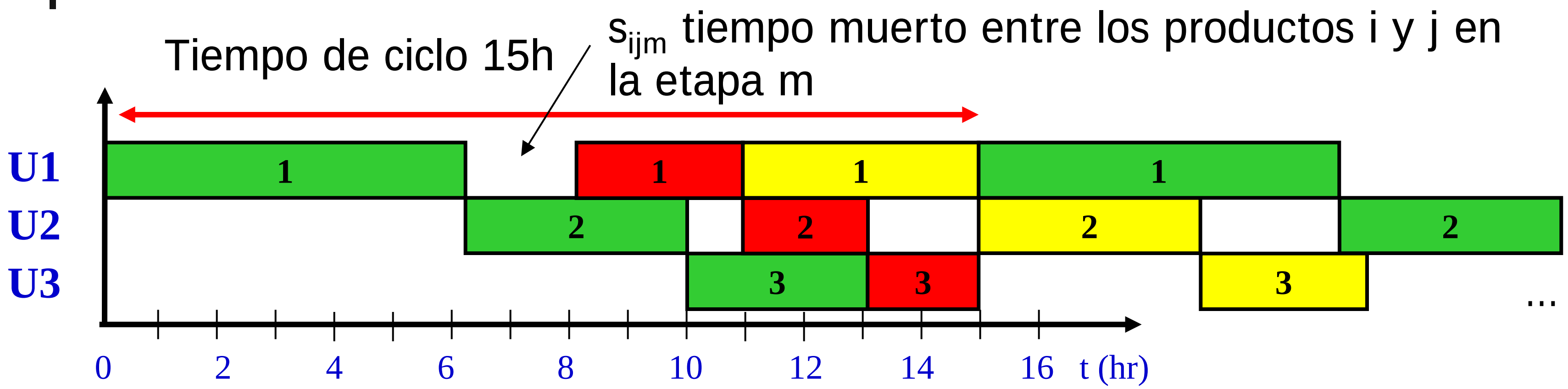


$$\sum_{i\in Q}\sum_{j\in \overline{Q}} y_{ij} \geq 1 \quad \forall Q$$

$$Q \subseteq B, \quad Q \neq \varnothing \quad B = \{1,2,\ldots,N\}$$

Figura Q = {1,2}, $\overline{\mathrm{Q}}$ = {3,4}

Cálculo de tiempos muertos entre productos



Para determinar el tiempo de ciclo hay que calcular los tiempos muertos s_{ijm} entre productos. Un posible algoritmo es:

$$T_1 = p_{i1} + \lambda_{ij1}$$

$$T_m = T_{m-1} + p_{j,m-1} \qquad m = 2,3,\ldots M$$

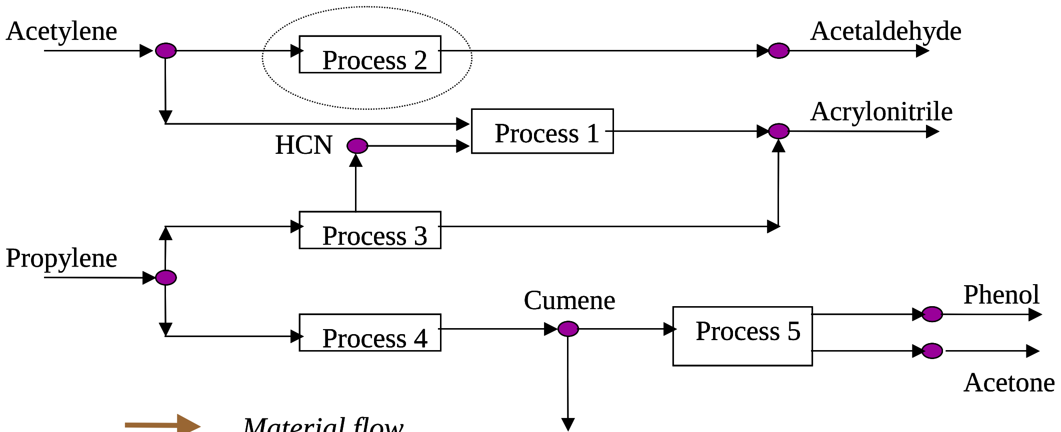
$$d_m = T_m - \sum_{k=1}^{m} p_{ik} - \lambda_{ijm} \qquad m = 1,\ldots M$$

$$\delta = \min_m d_m$$

$$s_{ijm} = d_m - \delta$$

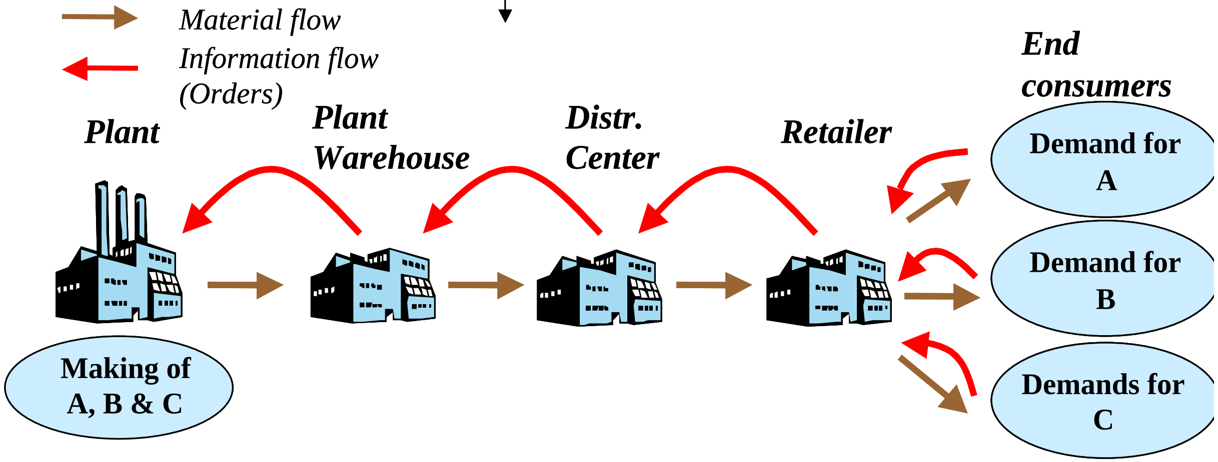
λ_{ijm} Tiempo de limpieza entre productos i,j en la etapa m

Visión ampliada de la planificación y el secuenciamiento

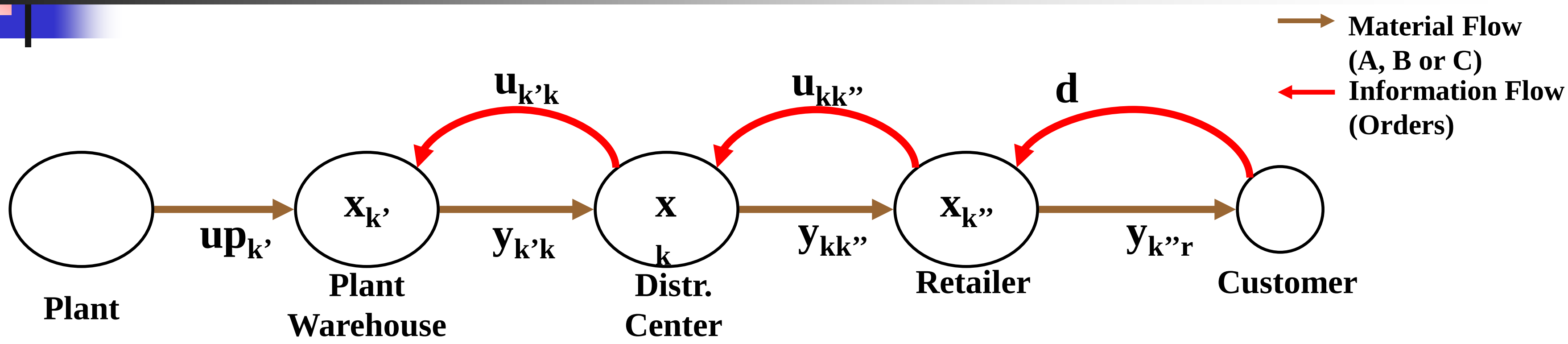


Supply Chain

Cadena de suministro: empresa, almacenes, suministros, distribución



Caracterización del problema de distribución



- **Variables:**
  - Estados(x): Cantidad almacenada (inventory), I, Cantidad de pedidos (orders), O
  - Control(u): Organización de la producción, velocidad de cursado de pedidos a otro nivel de distribución
  - Salidas(y): Velocidad de producción
  - Perturbaciones(d): Velocidad de llegada de pedidos

Esquema del proceso de distribución