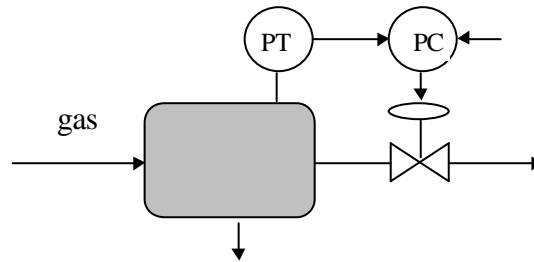


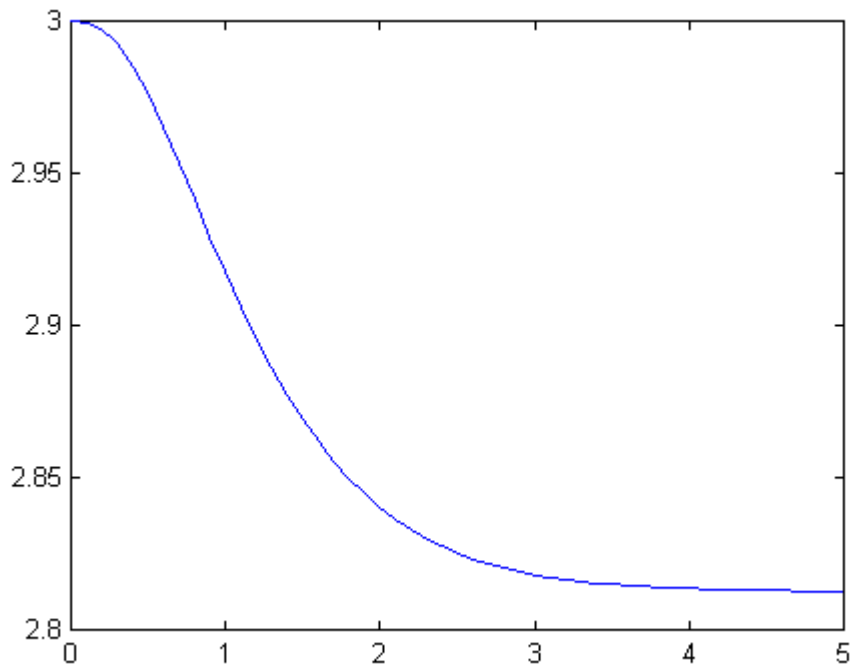
**Problemas de “Control e Instrumentación de procesos químicos”**  
**4º Ingeniería Química**

**Problema 9**

La presión de un sistema de almacenamiento de un cierto gas se regula por medio de un sistema como el reflejado en la figura manipulando la línea de salida.



El sistema opera normalmente a una presión de 3 bar en el depósito de almacenamiento y con una señal a válvula del 30%. Se sabe que el sistema, en lazo abierto, ante un cambio en la señal a la válvula desde el 30 % al 35% da una respuesta temporal en la presión como la de la figura, donde el tiempo aparece en sg., y la presión en bar, estando calibrado el transmisor en el rango 1-5 bar.



Se pide:

1) Diseñar un regulador que no presente error estacionario frente a cambios en salto en la referencia, y que minimice la desviación en el tiempo sobre la misma al corregir posibles perturbaciones.

2) Calcular el error estacionario que se obtendría con el regulador diseñado si la referencia de presión varía según la ecuación  $3+0.4t$ .

3) Si el regulador se coloca en posición manual y se dan cambios sinusoidales de amplitud 2% y periodo  $\pi/2$  sg, a la señal del mando manual en torno al valor 30%, ¿Cuál sería la evolución temporal de la presión cuando se alcance una situación estacionaria?

4) Se sabe que la relación entre la temperatura del producto que llega al dispositivo de almacenamiento en °C y la presión en el mismo en bars, para una apertura de válvula del 30%, viene dada por :

$$1800 \frac{dp}{dt} = (-3p^2 + 30)T(t - 0.4) - 30$$

¿Como modificaríamos el esquema de control anterior para eliminar el efecto de los posibles cambios de temperatura del producto que llega sobre la presión? Calcula los parámetros del nuevo esquema de control para que se cumplan las especificaciones de 1) y 4).

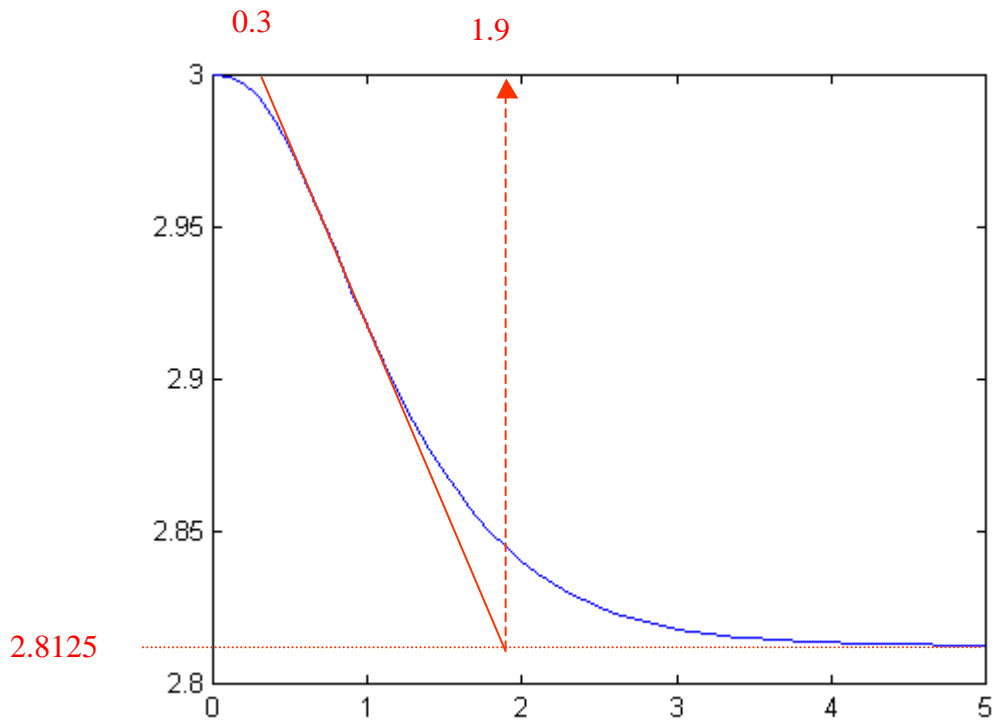
## Solución

El sistema, por la forma de la respuesta, se ve que no posee integradores en lazo abierto, de modo que un regulador que no presente error estacionario frente a cambios en la referencia deberá ser de tipo PI o PID. Por otra parte, el criterio de diseño del enunciado es minimizar la integral del módulo del error (MIAE) ante perturbaciones. Este es el criterio utilizado en las tablas de sintonía de Lopez et al. que se aplica a procesos de respuesta sobreamortiguada en lazo abierto, como el del problema, según se aprecia en la figura. El método de las tablas de Lopez se basa en el conocimiento de un modelo de primer orden con retardo del proceso del tipo:

$$\frac{Ke^{-ds}}{\tau s + 1}$$

Donde K es la ganancia, d el retardo y  $\tau$  la constante de tiempo. La respuesta de nuestro proceso no es de este tipo, pero puede aproximarse por un modelo de esta clase.

La ganancia se calcula del modo habitual, mediante el cociente entre el cambio en la salida en estado estacionario y el cambio en la entrada. Para determinar la constante de tiempo y el retardo podemos seguir varios métodos, el más común se basa en dibujar la recta tangente a la curva de respuesta de mayor pendiente, determinando luego los puntos de corte de la misma con paralelas en los puntos de inicio y final. El resultado puede verse en la figura:

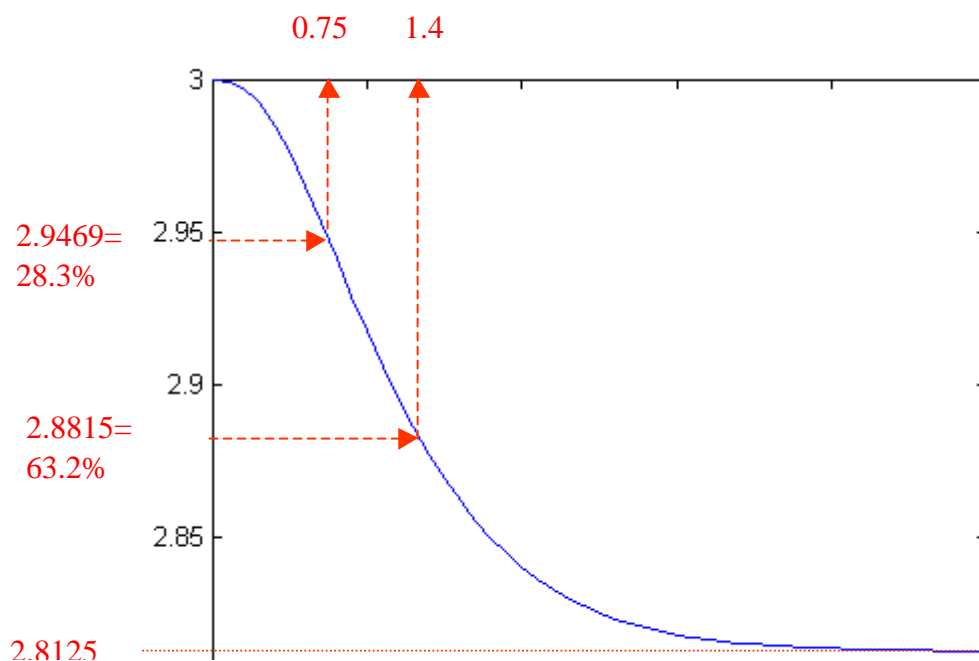


Por tanto: 
$$K = \frac{2.8125 - 3}{35 - 30} = -0.0375 \frac{\text{bar}}{\%} = -0.0375 \frac{100 \%}{5 - 1 \%} = -0.94 \frac{\%}{\%}$$

$d = 0.3$  sg.  $\tau = 1.9 - 0.3 = 1.6$  sg. y el modelo estimado es:

$$\frac{-0.94e^{-0.3s}}{1.6s + 1}$$

Otro procedimiento es calcular los instantes de tiempo en los que se alcanzan el 28.3% y el 63.2% del valor final y aplicar las fórmulas de estimación correspondientes:



En este caso  $t_2 = 1.4$  sg,  $t_1 = 0.75$  sg. de modo que:

$\tau = 1.5(t_2 - t_1) = 0.975$  sg;  $d = t_2 - \tau = 0.425$  sg. y el modelo obtenido con esta aproximación es:

$$\frac{-0.94e^{-0.42s}}{0.98s + 1}$$

Ambos son válidos, teniendo en cuenta que son aproximaciones del tipo primer orden con retardo de un sistema sobreamortiguado de orden superior.

Ahora podemos aplicar las tablas de Lopez para reguladores PI paralelos. En primer lugar comprobamos que son aplicables al cumplirse  $d / \tau = 0.3 / 1.6 < 1$  (e igual para el otro modelo). Ahora para calcular la ganancia  $K_p$  del regulador usaremos la fórmula:

$$K_p K = a \left( \frac{d}{\tau} \right)^b$$

Para la cual las tablas de Lopez, siguiendo el criterio MIAE nos proporcionan los valores:

Criterio	Proporcional	Integral
MIAE	a=0.984	a=0.608
	b=-	b=-
MISE	a=1.305	a=0.492
	b=-	b=-
MITAE	a=0.859	a=0.674
	b=-	b=-

$a = 0.984$ ,  $b = -0.986$ , con lo cual:

$$K_p = \frac{1}{-0.94} 0.984 \left( \frac{0.3}{1.6} \right)^{-0.986} = -5.45 \% / \%$$

mientras que para el tiempo integral  $T_i$  se utiliza la fórmula:

$$\frac{\tau}{T_i} = a \left( \frac{d}{\tau} \right)^b$$

para la cual la tabla de Lopez da los valores:  $a = 0.608$ ,  $b = -0.707$ , lo que conduce a:

$$\frac{1}{T_i} = \frac{1}{1.6} 0.608 \left( \frac{0.3}{1.6} \right)^{-0.707} \Rightarrow T_i = 0.8 \text{sg.}$$

Del mismo modo podría haberse usado el otro modelo, lo cual hubiera conducido a:  $K_p = -2.41$ ;  $T_i = 0.89$

2) Si la referencia de presión varía según  $3 + 0.4t$ , como el punto de equilibrio es 3 bares, el cambio en la referencia es  $3 + 0.4t - 3 = 0.4t$  bares =  $0.4t / 100 / (5-1) = 10t$  en %. La expresión del error es:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)R(s)} W(s) = \frac{1}{1 + \frac{-0.94e^{-0.3s} K_p (T_i s + 1)}{1.6s + 1} \frac{10}{s^2}} = \frac{(1.6s + 1)0.8s}{(1.6s + 1)0.8s - 0.94e^{-0.3s} (-5.45)(0.8s + 1)} \frac{10}{s^2}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{(1.6s + 1)0.8s}{(1.6s + 1)0.8s - 0.94e^{-0.3s} (-5.45)(0.8s + 1)} \frac{10}{s^2} = \frac{0.8}{-0.94(-5.45)} \frac{10}{1} = 1.56\%$$

3) Si se dan cambios sinusoidales en lazo abierto en torno al 30% de la señal a la válvula, la presión oscilará sinusoidalmente en torno al punto de equilibrio de 3 bares, al cabo de un cierto tiempo con una frecuencia igual a la de la señal de mando  $2\pi / (\pi/2) = 4$  rad/sg. y con una amplitud y desfase que dependen del módulo y argumento de la función de transferencia a esa frecuencia:

$$G(j\omega) = \frac{-0.94e^{-0.3j\omega}}{1.6(j\omega) + 1}; \quad |G(j\omega)| = \left| \frac{-0.94e^{-0.3j\omega}}{1.6(j\omega) + 1} \right|; \quad |G(j4)| = \frac{0.94}{\sqrt{1.6^2 4^2 + 1^2}} = 0.145$$

$$\arg(G(j\omega)) = -\pi + \arg(e^{-0.3j\omega}) - \arg(1.6(j\omega) + 1);$$

$$\arg(G(j4)) = -\pi - 0.3 \cdot 4 - \arctg \frac{1.6 \cdot 4}{1} = -5.75 \text{rad}$$

o sea oscilará con una amplitud de  $2 \cdot 0.145 = 0.29\%$  una frecuencia de 4 rad/sg y un desfase respecto a la señal de mando de  $-5.75 \text{ rad} = 1.44 \text{ sg.}$

4) Puesto que la temperatura del producto de entrada actúa como una perturbación medible, podemos mejorar el sistema de control incorporando una compensación en adelante (feedforward). Para ello necesitamos la función de transferencia entre la presión y la temperatura de entrada en el punto de trabajo, la cual podemos obtenerla de la ecuación del enunciado:

$$1800 \frac{dp}{dt} = (-3p^2 + 30)T(t - 0.4) - 30$$

En el punto de operación considerado,  $p_0 = 3$  bars, de modo que en estado estacionario podemos escribir:  $(-3p_0^2 + 30)T_0 = 30$ , de donde  $T_0 = 10$  °C. Conocido el punto de operación, podemos linealizar la ecuación anterior en torno a:

$$T_0 = 10^\circ\text{C}, \quad p_0 = 3 \text{ bar}, \quad \dot{p}_0 = 0 \quad \text{donde hemos usado la notación } \dot{p} = \frac{dp}{dt}$$

La ecuación del modelo es función de  $T$ ,  $p$  y su derivada  $\dot{p}$ , y puede linealizarse usando una expansión de Taylor. En lo que sigue, para simplificar la notación, utilizaremos la abreviatura  $T = T(t-0.4)$ .

$$1800 \frac{dp}{dt} + (3p^2 - 30)T + 30 = 0 \quad f(\dot{p}, p, T) = 0$$

$$\text{la linealización es una expresión del tipo: } \left. \frac{\partial f}{\partial \dot{p}} \right|_0 \Delta \dot{p} + \left. \frac{\partial f}{\partial p} \right|_0 \Delta p + \left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_0 \Delta T = 0$$

donde  $\Delta \dot{p} = \dot{p} - \dot{p}_0$ ;  $\Delta T = T - T_0$ ;  $\Delta p = p - p_0$ ; con lo que:

$$1800\Delta \dot{p} + 6p_0 T_0 \Delta p + (3p_0^2 - 30)\Delta T = 0$$

$$1800 \frac{d\Delta p}{dt} + 180\Delta p = 3\Delta T(t - 0.4)$$

Tomando ahora transformadas de Laplace a ambos lados de esta ecuación linealizada, y teniendo en cuenta que, si en el instante inicial el proceso está en equilibrio, los valores iniciales de los incrementos serán nulos:

$$1800L\left\{\frac{d\Delta p}{dt}\right\} + 180L\{\Delta p\} = 3L\{\Delta T(t - 0.4)\}$$

$$1800sP(s) + 180P(s) = 3e^{-0.4s}T(s) \quad \text{donde } T(s) = L\{\Delta T(t)\}, \quad P(s) = L\{\Delta p\},$$

$$(1800s + 180)P(s) = 3e^{-0.4s}T(s)$$

y la función de transferencia resulta ser:

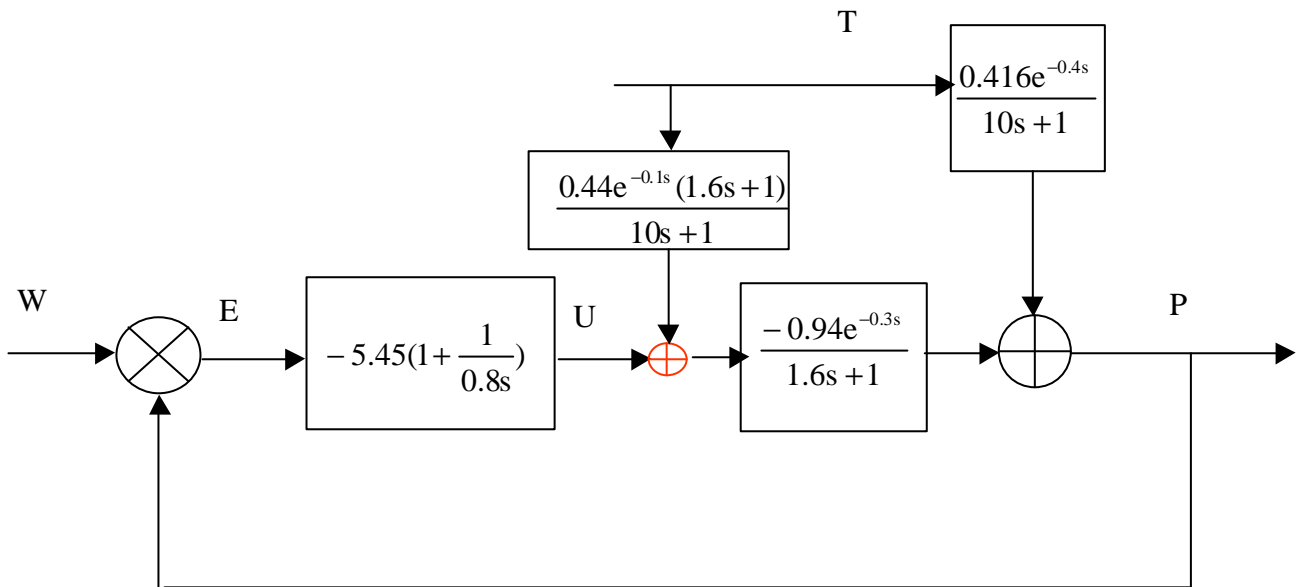
$$P(s) = \frac{3e^{-0.4s}}{1800s + 180}T(s) = \frac{0.01661e^{-0.4s}}{10s + 1}T(s)\text{bar} = \frac{0.416e^{-0.4s}}{10s + 1}T(s)\%$$

Dado que la dinámica de la salida ante cambios en la perturbación  $T$  no es más rápida (mayor constante de tiempo 10 frente a 1.6 y mayor retardo, 0.4 frente a 0.3) que ante cambios en la variable manipulada  $U$ , podrá utilizarse un compensador en adelanto para eliminar la perturbación:

La función de transferencia del compensador vendrá dada por:

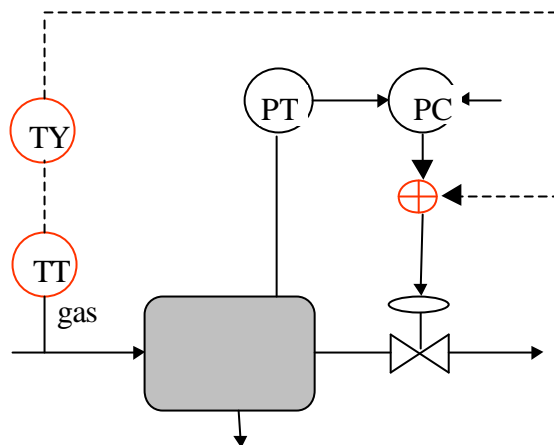
$$G_F(s) = \frac{-D(s)}{G(s)} = \frac{\frac{-0.416e^{-0.4s}}{10s+1}}{\frac{-0.94e^{-0.3s}}{1.6s+1}} = \frac{0.44e^{-0.4s}(1.6s+1)}{10s+1}$$

y corresponderia al siguiente esquema:



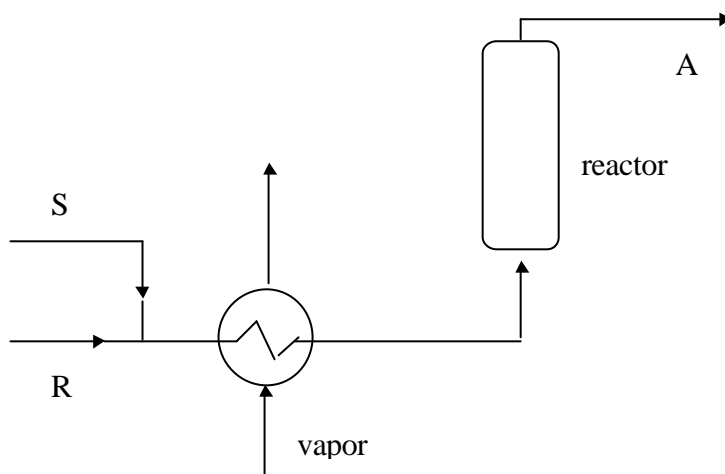
Como el compensador en adelante no altera la dinámica del lazo de control, no sería necesario modificar la sintonía del regulador para mantener las especificaciones de 1)

El esquema de proceso sería:



## Problema 10

Un reactor tubular como el de la figura realiza la conversión de unos reactivos R que se mezclan previamente con otros S y se introducen por su parte inferior tras pasar por un precalentador para producir un producto A. Los reactivos poseen una concentración constante. El flujo de reactivos R viene impuesto por otras partes del proceso. El reactor no dispone de variables manipulables, si bien se puede actuar significativamente sobre la concentración del producto A por medio la temperatura de entrada mediante el precalentador. Este utiliza como fluido calefactor vapor de agua que parcialmente calienta a los reactivos y despues se utiliza para otros fines con una demanda variable. Se desea diseñar un esquema de control que permita mantener la concentración de A tan exactamente como sea posible. Justificar el esquema propuesto.



### Solución

Los puntos que hay que considerar en el diseño del sistema de control son los siguientes:

Sobre la concentración de A influye la adecuada proporción entre los flujos de R y S. Para ello ha de instalarse un control ratio entre ambas magnitudes. Como el flujo de R viene impuesto, la única alternativa es medirlo y actuar con un ratio sobre la consigna de un lazo de control de flujo de S. Nótese que la concentración de R y S es constante según el enunciado. Nótese también que, de esta forma, el flujo total que llega al reactor está prefijado por R y el control ratio.

Para regular la concentración de producto A la única variable manipulada es la temperatura de salida del precalentador. A su vez, para poder fijar esa temperatura necesitamos un sistema de control de temperatura de la salida del precalentador. Por tanto el esquema de control incluirá un lazo de regulación de la concentración de A, en cascada con un lazo de regulación de la temperatura del precalentador. La concentración de A se puede medir con un analizador en línea.



Para la regulación de temperatura la única opción que queda, sin alterar la estructura física, es actuar sobre el vapor por medio de una válvula, ahora bien, teniendo en cuenta que se quiere mantener con precisión la concentración de A, también deberá poderse actuar con precisión sobre la temperatura y como el vapor está sujeto a demandas variables, será conveniente no actuar directamente sobre la válvula de admisión de vapor, sino en cascada sobre un lazo interno de regulación de presión de vapor en el precalentador que absorba los cambios de demanda.

Finalmente, y por la misma razón de mantener con precisión la concentración de A, debemos tener en cuenta que los cambios de R, traducidos a cambios de flujo total por el control ratio, modificarán la concentración de A al variar el tiempo de residencia en el reactor. Por ello, para compensar esta perturbación, se colocará un compensador feedforward que midiendo el caudal R actúe sobre la consigna de temperatura para adelantarse a los efectos del cambio de flujo sobre la concentración. Del mismo modo el cambio de flujo afectará a la temperatura del precalentador, por ello, para asegurar que se siguen las ordenes en temperatura adecuadamente, se colocará otro compensador feedforward midiendo el caudal R y actuando sobre la consigna de presión para compensar el efecto de cambio de flujo sobre la temperatura. El esquema final puede verse en la figura:

