Diseño Flexible

Prof. Cesar de Prada
ISA-UVA

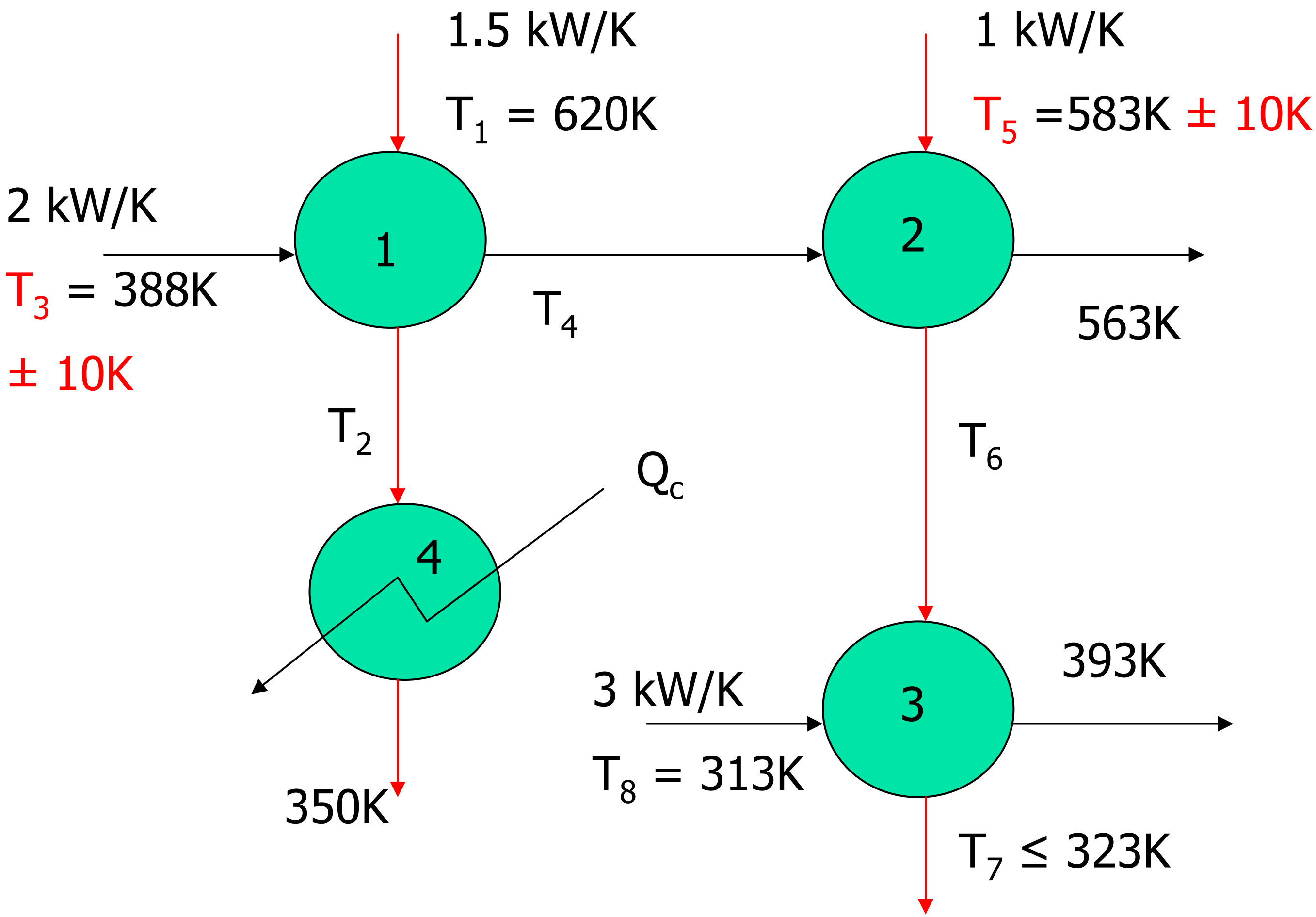
Flexibilidad

- ✓ Las condiciones de operación de un proceso suelen ser distintas de las nominales de diseño
- ✓ El proceso diseñado debe ser operable en distintas condiciones de funcionamiento
- ✓ Flexibilidad: La capacidad de un proceso de poder operar en estado estacionario, cumpliendo especificaciones, para un rango de valores de perturbaciones, usando las variables manipulables.
- ✓ Operabilidad incluye ademas de la flexibilidad, otros aspectos tales como controlabilidad, seguridad, etc

Indice

- Ejemplo
- Test de Flexibilidad
- Indice de Flexibilidad
- Métodos de diseño de sistemas flexibles

Ejemplo: Red de cambiadores (Grossmann)

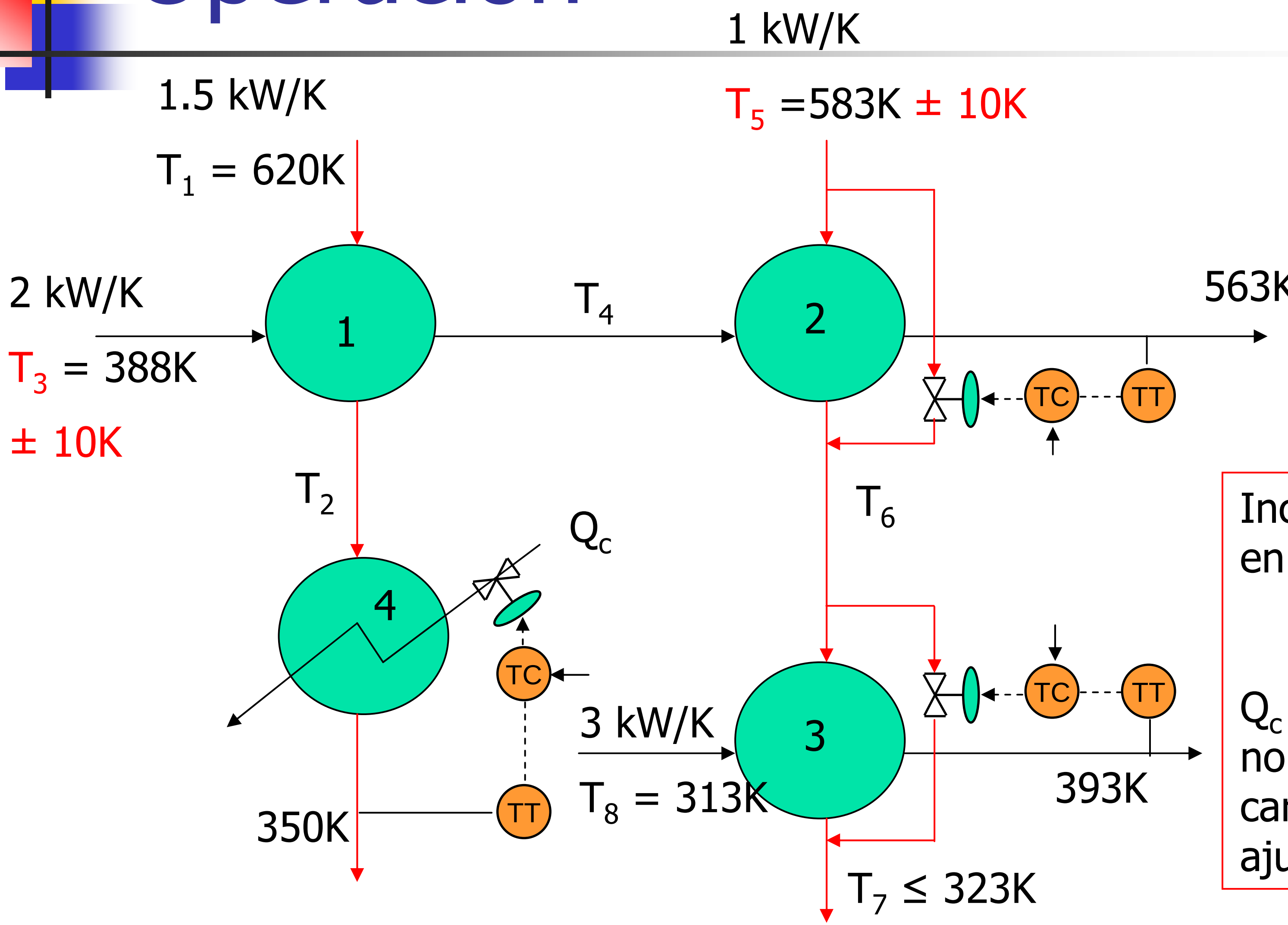


Condiciones de diseño

Incertidunbre en T_3 y T_5

Q_c = 75kW nominal, carga ajustable

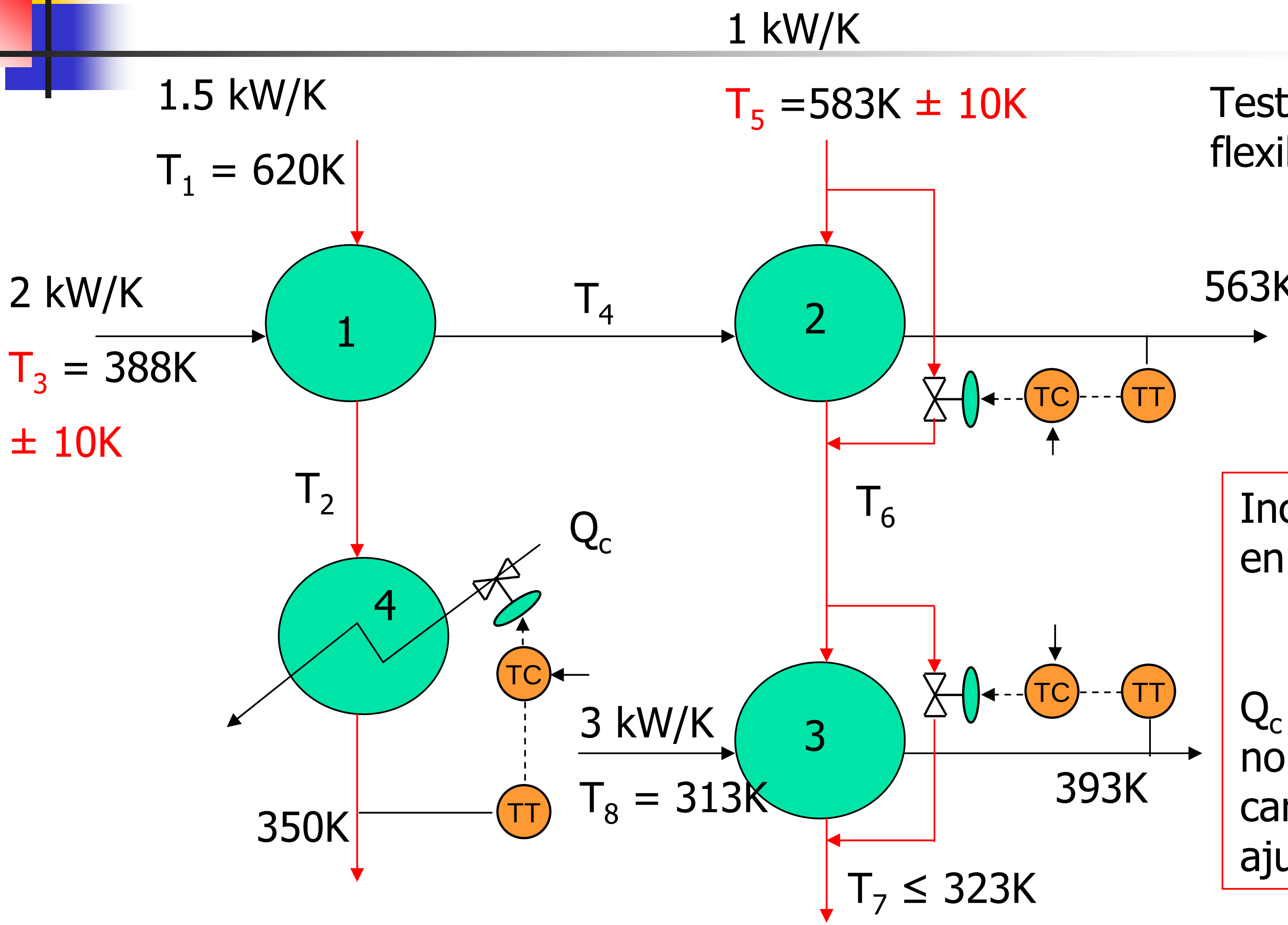
Operación



Incertidunbre en T_3 y T_5

Q_c = 75kW nominal, carga ajustable

¿Puede operar manteniendo SPs en equilibrio si T_3 y T_5 cambian en ± 10K?

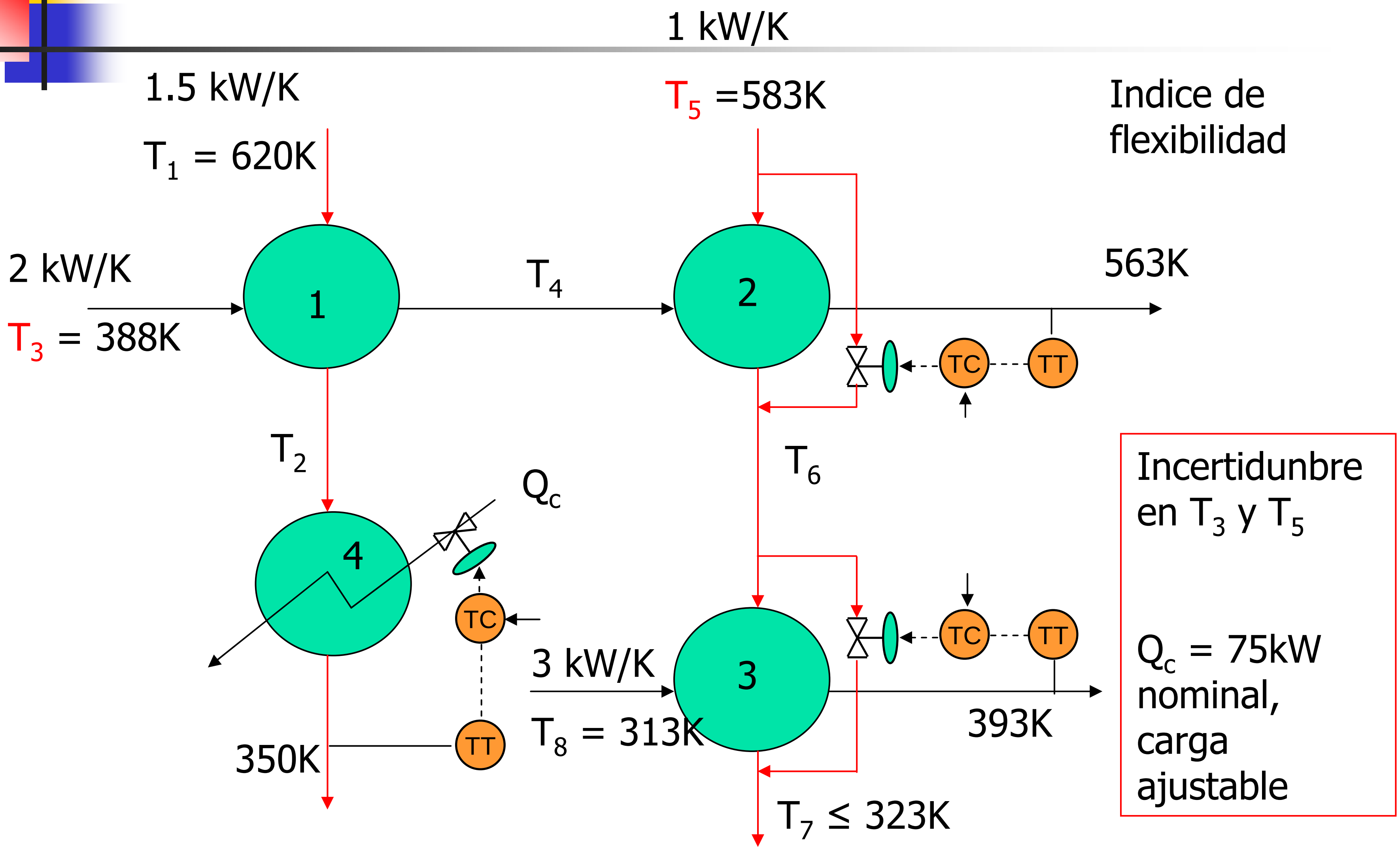


Test de flexibilidad

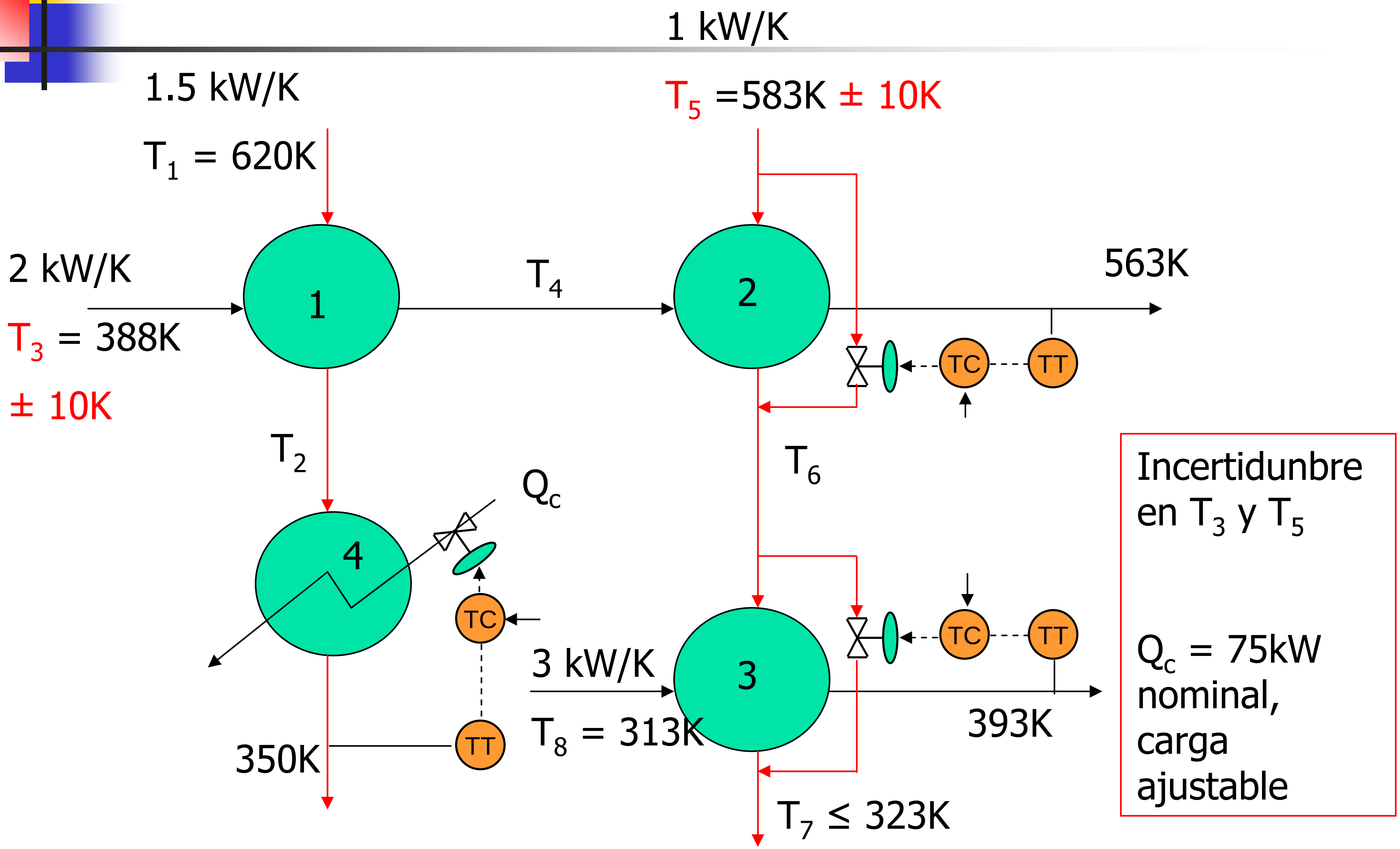
Incertidunbre en T_3 y T_5

Q_c = 75kW nominal, carga ajustable

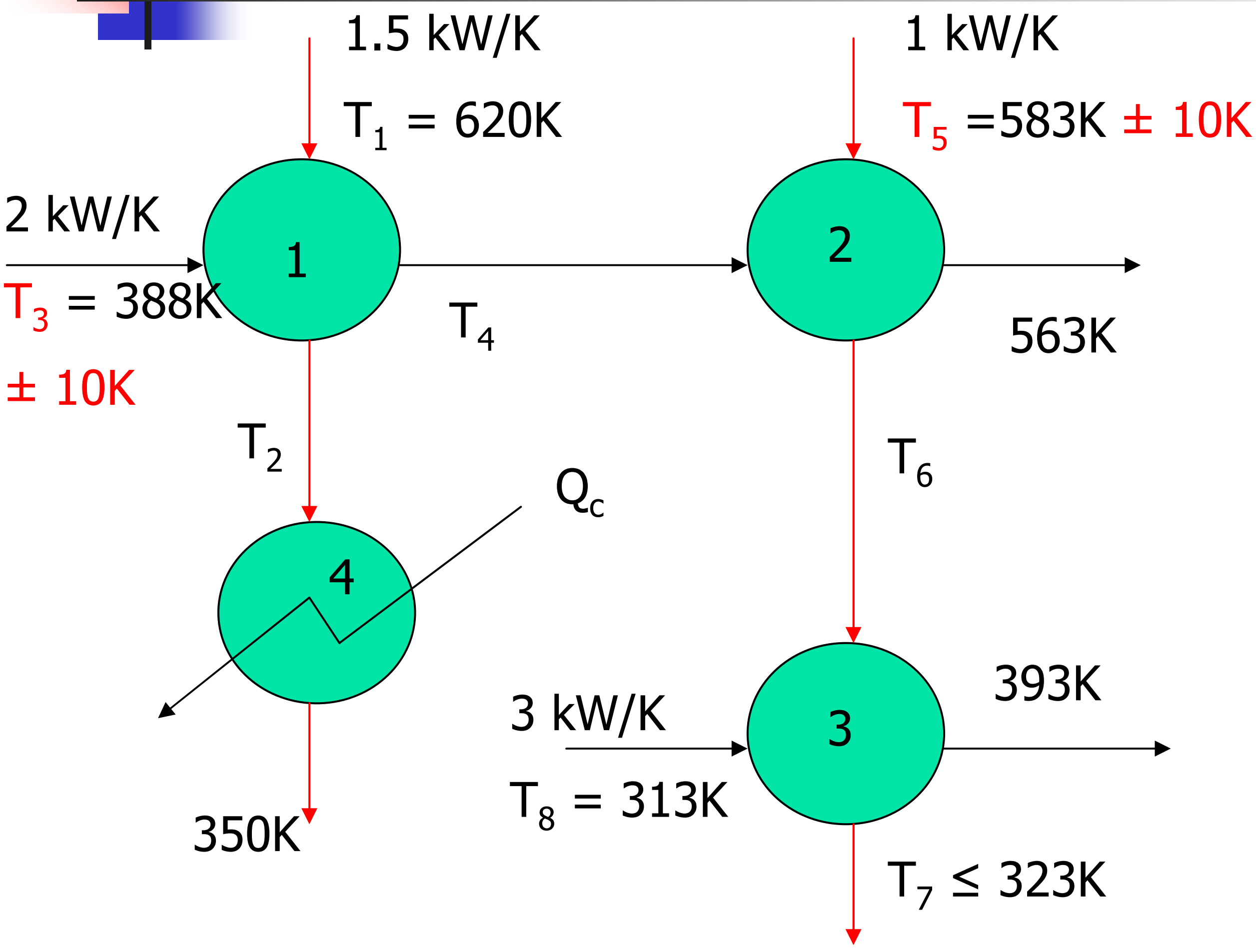
¿Cuál es el máximo cambio admisible en T_3 y T_5 para seguir operando bien?



Por simplicidad no se considerarán detalles de válvulas, bypass, etc.



Balances



Especificaciones

$T_2 \geq T_3$

$T_6 \geq T_4$

$T_7 \geq 313 \quad T_6 \geq 393$

$T_7 \leq 323$

Balances

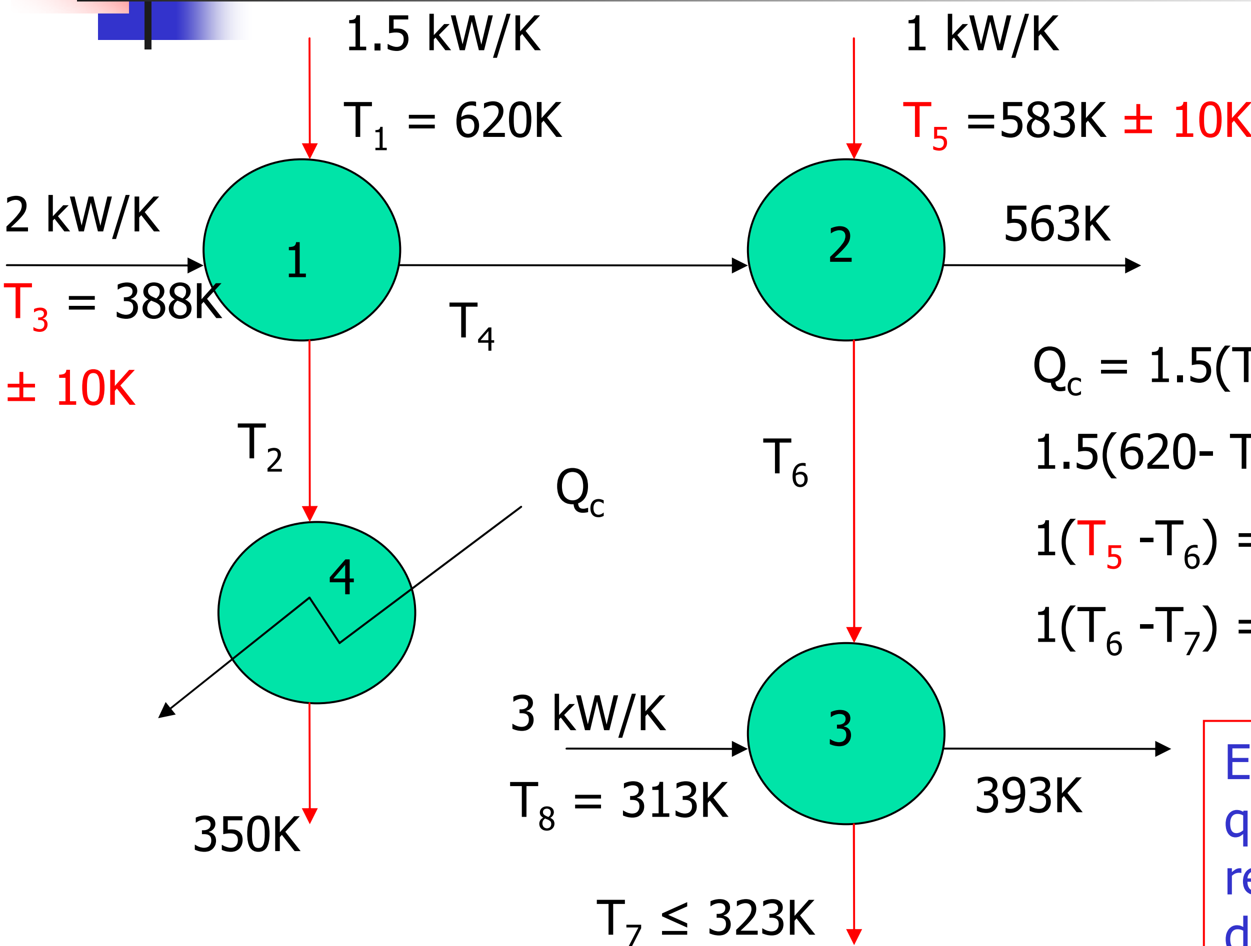
$1.5(620 - T_2) = 2(T_4 - T_3)$

$1(T_5 - T_6) = 2(563 - T_4)$

$1(T_6 - T_7) = 3(393 - 313)$

$Q_c = 1.5(T_2 - 350)$

Operación



Para un valor de Q_c y de T_3 y T_5 quedan determinadas las demas temperaturas en ss

$Q_c = 1.5(T_2 - 350) \Rightarrow T_2$

$1.5(620 - T_2) = 2(T_4 - T_3) \Rightarrow T_4$

$1(T_5 - T_6) = 2(563 - T_4) \Rightarrow T_6$

$1(T_6 - T_7) = 3(393 - 313) \Rightarrow T_7$

El problema es asegurar que se cumplan las restriciones para un rango de valores de Q_c, T_3, T_5

Region de operación

$1.5(620 - T_2) = 2(T_4 - T_3)$

$1(T_5 - T_6) = 2(563 - T_4)$

$1(T_6 - T_7) = 3(393 - 313)$

$Q_c = 1.5(T_2 - 350)$

Sustituyendo T_2, T_4, T_6, T_7 en:

$T_2 \geq T_3$

$T_6 \geq T_4$

$T_7 \geq 313$

$T_6 \geq 393$

$T_7 \leq 323$

$T_3 - 0.666\, Q_c - 350 \leq 0$

$-T_3 - T_5 + 0.5\, Q_c + 923.5 \leq 0$

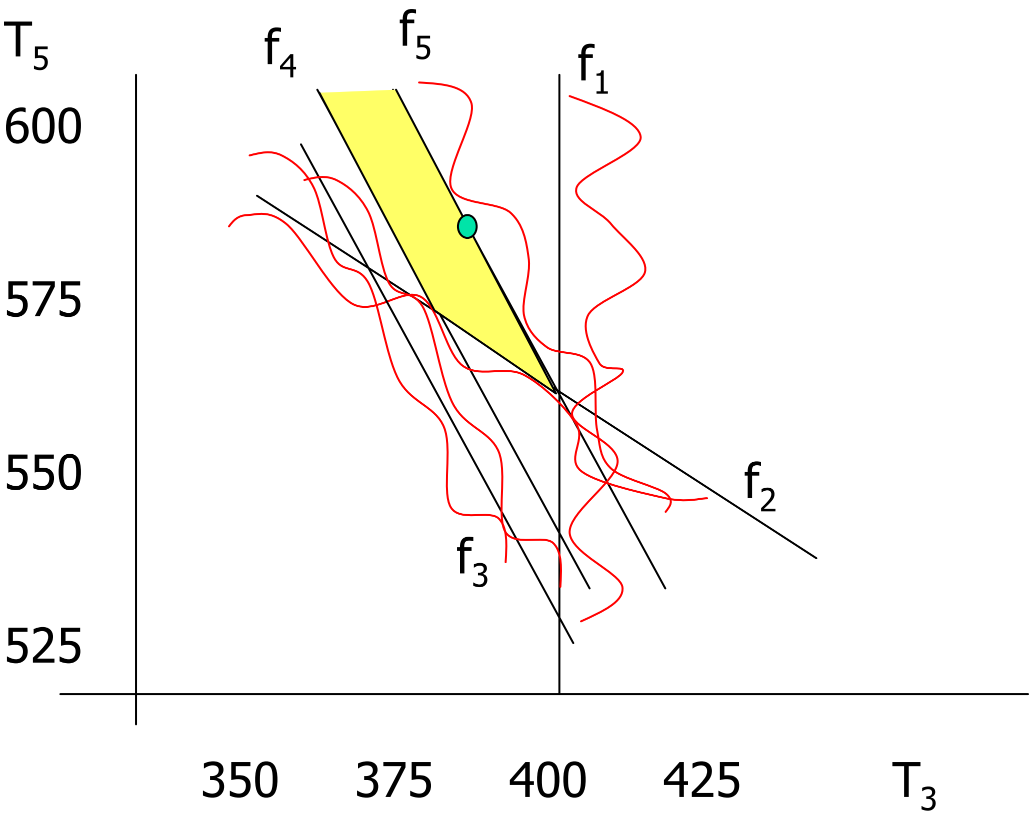
$-2T_3 - T_5 + Q_c + 1144 \leq 0$

$-2T_3 - T_5 + Q_c + 1274 \leq 0$

$2T_3 + T_5 - Q_c - 1284 \leq 0$

Estas ecuaciones definen la región de operación factible para unos valores de T_3, T_5 y Q_c

Región de operación



f_1: $T_3 - 0.666\, Q_c - 350 \leq 0$

f_2: $-T_3 - T_5 + 0.5\, Q_c + 923.5 \leq 0$

f_3: $-2T_3 - T_5 + Q_c + 1144 \leq 0$

f_4: $-2T_3 - T_5 + Q_c + 1274 \leq 0$

f_5: $2T_3 + T_5 - Q_c - 1284 \leq 0$

Para un valor de Q_c se pueden representar las desigualdades

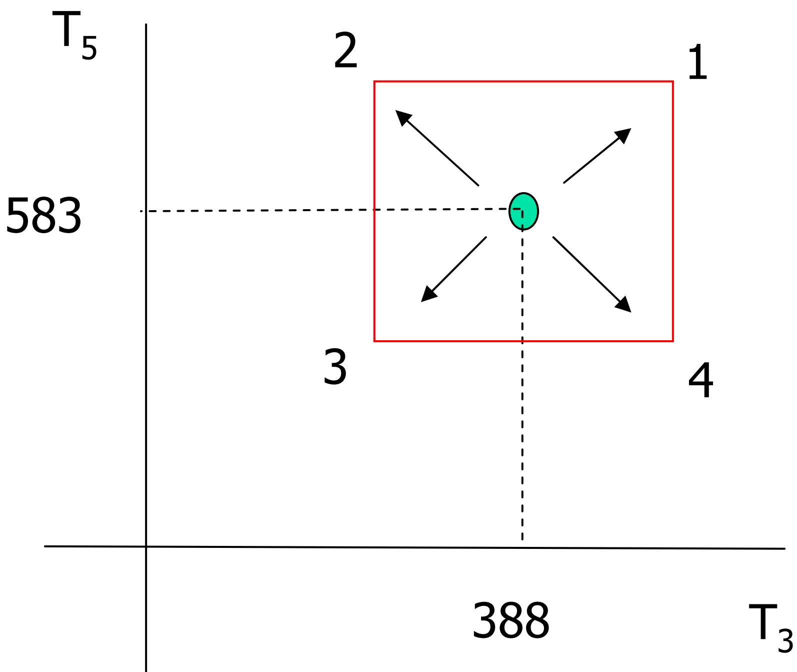
Q_c =75 kW

● nominal

¿qué variaciones en T_3 y T_5 son admisibles variando Q_c ?

Test de Flexibilidad

Rango de variación de T_3 T_5



Si Ψ es negativo en todos los vértices, el proceso puede operar con esas incertidumbres

¿Cual es la máxima violación Ψ de las restricciones en un vértice?
P.e. Vertice 1

$\Psi = \min \pi$

π, Q_c

$T_3 - 0.666\, Q_c - 350 \leq \pi$

$-T_3 - T_5 + 0.5\, Q_c + 923.5 \leq \pi$

$-2T_3 - T_5 + Q_c + 1144 \leq \pi$

$-2T_3 - T_5 + Q_c + 1274 \leq \pi$

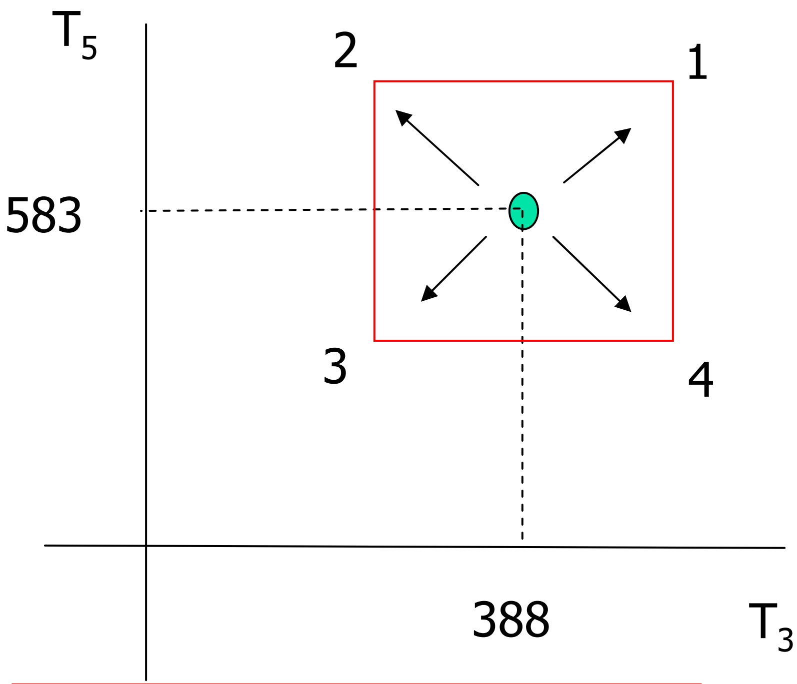
$2T_3 + T_5 - Q_c - 1284 \leq \pi$

$T_3 = 338 + 10$

$T_5 = 583 + 10 \qquad 75 \geq Q_c \geq 0$

Indice de Flexibilidad

Rango de variación de T_3 T_5



El índice vendria dado por la máxima variación admisible en cualquier dirección

¿Cual es la máxima desviación admisible en una dirección? P.e. Vertice 1

$$\max_{\delta,\, Q_c} \delta$$

$T_3 - 0.666\, Q_c - 350 \leq 0$

$-T_3 - T_5 + 0.5\, Q_c + 923.5 \leq 0$

$-2T_3 - T_5 + Q_c + 1144 \leq 0$

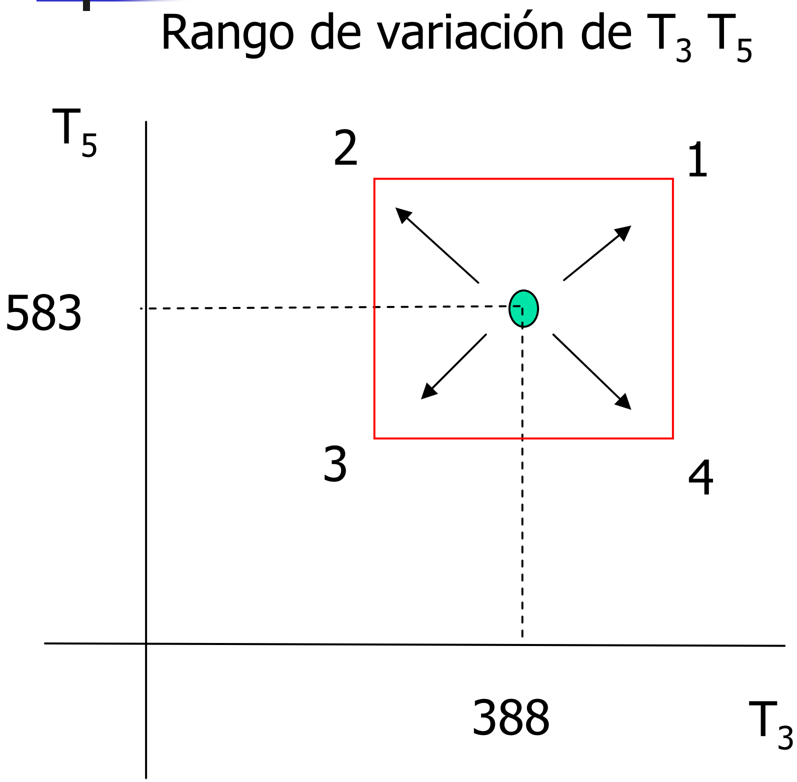
$-2T_3 - T_5 + Q_c + 1274 \leq 0$

$2T_3 + T_5 - Q_c - 1284 \leq 0$

$T_3 = 338 + \delta$

$T_5 = 583 + \delta \qquad 75 \geq Q_c \geq 0 \qquad \delta \geq 0$

Indice de Flexibilidad δ



Vertice	δ	Res.Act.
1	∞	
2	∞	
3	1.53	f_1, f_2
4	2	f_5, f_2

Los valores límite no siempre se encuentran en un vértice!

La desviación admisible mas pequeña se obtiene en el vertice 3 para δ=1.53

Análisis de flexibilidad

Modelo: $h(d,x,u,\theta)=0$

$g(d,x,u,\theta)\leq 0$

d variables de dimensionamiento

x variables del proceso (temperaturas, flujos, etc)

u variables de control

θ Incertidumbres

Eliminando x: $g(d,x(d,u,\theta),u,\theta) = f(d,u,\theta) \leq 0$

Test de flexibilidad

Test de flexibilidad: determinar si para un d dado, puede encontarse un u (dentro de su rango admisible) tal que se cumpla $f(d,u,\theta) \leq 0$ para todo el rango de variación de θ

Para un θ dado:

$$\psi(d,\theta) = \min_{u} \max_{j} f_j(d,u,\theta)$$

$$\psi(d,\theta) \leq 0 \;\Rightarrow \text{operacion flexible para ese } \theta$$

$$\begin{cases} \psi(d,\theta) = \min\limits_{\pi,u} \pi \\ f(d,u,\theta) \leq \pi \end{cases}$$

Test de flexibilidad

Para todo el rango de θ:

$$\chi(\mathrm{d}) = \max_{\theta} \psi(\mathrm{d}, \theta)$$

$$\chi(\mathrm{d}) \leq 0 \;\Rightarrow \text{operacion flexible}$$

Si se han de analizar condiciones en cada vértice puede haber una explosión combinatoria, y no está asegurado que el límite esté en un vértice

Método de las restricciones activas

$$\chi(d) = \max_{\theta} \psi(d,\theta)$$

$$\text{s.t.} \quad \psi(d,\theta) = \min_{u} \max_{j} f_j(d,u,\theta)$$

or

$$\psi(d,\theta) = \min_{\pi,u} \pi$$

$$f(d,u,\theta) \le \pi$$

Problema de optimización a dos niveles. Aplicaremos las condicines de KKK al poblema interno:

Condiciones de KKT

$$\min_{x} \; J(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) \le \mathbf{0}$$

$$\nabla_x J(\mathbf{x}) + \sum_j \lambda_j \nabla_x h_j(\mathbf{x}) + \sum_i \mu_i \nabla_x g_i(\mathbf{x}) = 0$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0$$

$$g_i(\mathbf{x}) \le 0$$

$$\mu_i g_i(\mathbf{x}) = 0$$

$$\mu_i \ge 0$$

Se pueden aplicar a:

$$\psi(d,\theta) = \min_{\pi,u} \pi$$

$$f(d,u,\theta) \le \pi$$

$$\sum_j \lambda_j = 1 \qquad \sum_j \lambda_j \frac{\partial f_i}{\partial u} = 0$$

$$\lambda_j \left[f_j(d,u,\theta) - \pi \right] = 0 \quad \forall j$$

$$\lambda_j \ge 0, \quad f_j(d,u,\theta) - \pi \le 0 \quad \forall j$$

Restricciones activas

$$\psi(d,\theta) = \min_{\pi,u} \pi$$

$$f(d,u,\theta) \le \pi$$

$$\sum_j \lambda_j = 1 \qquad \sum_j \lambda_j \frac{\partial f_i}{\partial u} = 0$$

$$\lambda_j \left[f_j(d,u,\theta) - \pi \right] = 0 \quad \forall j$$

$$\lambda_j \ge 0, \quad f_j(d,u,\theta) - \pi \le 0 \quad \forall j$$

Como la solución óptima es $\Psi(d,\theta) = \pi$, el problema puede reformularse como uno de un solo nivel

$$\chi(d) = \max_{\theta} \pi$$

$$\text{s.t.}$$

$$\sum_j \lambda_j = 1 \qquad \sum_j \lambda_j \frac{\partial f_i}{\partial u} = 0$$

$$\lambda_j \left[f_j(d,u,\theta) - \pi \right] = 0 \quad \forall j$$

$$\lambda_j \ge 0, \quad f_j(d,u,\theta) - \pi \le 0 \quad \forall j$$

Solucion como MINLP

$$\chi(d) = \max_{\theta} \pi$$

$$\text{s.t.}$$

$$\sum_j \lambda_j = 1 \qquad \sum_j \lambda_j \frac{\partial f_i}{\partial u} = 0$$

$$\lambda_j \left[f_j(d,u,\theta) - \pi \right] = 0 \quad \forall j$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad f_j(d,u,\theta) - \pi \leq 0 \quad \forall j$$

Permite eliminar la ecuación no-convexa $\lambda[f(d,u,\theta)]=0$

Se limita el número de restricciones activas en función del número de variables manipuladas

$$f_j(d,u,\theta) + s_j = \pi$$

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad f_j(d,u,\theta) - \pi = 0 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} s_j \leq U(1 - y_j) \\ \lambda_j \leq y_j \end{array} \right\}$$

$$\text{si } y_j = 1 \Rightarrow s_j = 0; \quad 0 \leq \lambda_j \leq 1$$

$$\text{si } y_j = 0 \Rightarrow 0 \leq s_j \leq U, \quad \lambda_j = 0$$

$$\sum_j y_j \leq \dim(u) + 1$$

Test de Flexibilidad

$$\chi(d) = \max_{\theta,\pi,u,\lambda,s,y} \pi$$

Problema MINLP

s.t.

$$\sum_j \lambda_j = 1 \qquad \sum_j \lambda_j \frac{\partial f_i}{\partial u} = 0$$

$$f_j(d,u,\theta) + s_j = \pi$$

$$s_j \leq U(1 - y_j)$$

$$\lambda_j \leq y_j$$

$$\sum_j y_j \leq \dim(u) + 1$$

$$\lambda_j, s_j \geq 0, \quad y_j = 0,1 \quad \forall j \quad \theta_m \leq \theta \leq \theta_M$$

Si $\chi(d) < 0$ el sistema puede operar de forma estable para variaciones de los parámetros $\theta_m < \theta < \theta_M$

Indice de Flexibilidad

Problema MINLP

$$F = \min_{\delta,u,\lambda,s,y} \delta$$

s.t.

$$\sum_j \lambda_j = 1 \qquad \sum_j \lambda_j \frac{\partial f_i}{\partial u} = 0$$

$$f_j(d,u,\theta) + s_j = 0$$

$$s_j \le U(1 - y_j)$$

$$\lambda_j \le y_j$$

$$\sum_j y_j \le \dim(u) + 1$$

$$\delta, \lambda_j, s_j \ge 0, \quad y_j = 0,1 \quad \forall j \quad \theta_0 - \delta\Delta\theta \le \theta \le \theta_0 + \delta\Delta\theta$$

F da el rango de θ en el que sistema puede operar de forma factible (π = 0)
θ_0- F$\Delta\theta$ <θ < θ_0+F $\Delta\theta$